

ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΤΑΞΗ Α΄



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- A.** Να δώσετε τον ορισμό της Ευκλείδειας Διαίρεσης και της Τέλειας Διαίρεσης δύο Φυσικών Αριθμών.
- B.** Πότε ένας φυσικός αριθμός διαιρείται:
- α:** με το 5; **β:** με το 3; **γ:** με το 4;

Θέμα 2^ο

- α.** Πότε δύο γωνίες ονομάζονται εφεξής;
- β.** Πότε δύο γωνίες ονομάζονται παραπληρωματικές;
- γ.** Πότε δύο γωνίες ονομάζονται κατακορυφήν και ποια είναι η μεταξύ τους σχέση;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Μια πόλη του Μεξικού με 1.500.000 κατοίκους πρέπει να εκκενωθεί προληπτικά, γιατί απειλείται από τη νόσο των χοίρων. Το 60% των κατοίκων της πόλης φεύγουν βόρεια, τα $\frac{2}{5}$ των υπολοίπων πηγαίνουν νότια και από αυτούς που μένουν το 25% πηγαίνει δυτικά, ενώ οι υπόλοιποι κατευθύνονται ανατολικά. Να βρείτε:

- α.** Πόσοι πήγαν δυτικά.
- β.** Τι ποσοστό επί του συνόλου των κατοίκων της πόλης πήγαν ανατολικά.

Άσκηση 2^η

- α.** Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

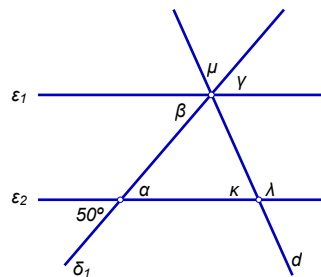
$$A = 3 \cdot 2^2 + 15 \cdot (27 - 3^3) - (4^2 \cdot 1^3) : (16 - 2^3) \text{ και}$$

$$B = 13,2 + 4,59 : 0,51 - 0,6 \cdot 12,5 + 3 \cdot 0,1$$

- β.** Για $A = 10$ και $B = 15$ να βρείτε την τιμή της παράστασης: $K = 20,04 \cdot A^2 + \frac{A+B}{5}$.

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα δίνονται ότι $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$ και η γωνία λ είναι μεγαλύτερη από τη γωνία κ κατά 52° . Να υπολογίσετε τις γωνίες α , β , γ , κ , λ , μ χωρίς να τις μετρήσετε με το μοιρογνώμονιο.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- A. Πότε δύο κλάσματα λέγονται ισοδύναμα;
- B. Πώς κατασκευάζουμε ισοδύναμα κλάσματα ;
(Δώστε από ένα παράδειγμα)
- Γ. Πώς συγκρίνουμε δύο κλάσματα;
(Δώστε από ένα παράδειγμα για κάθε περίπτωση)

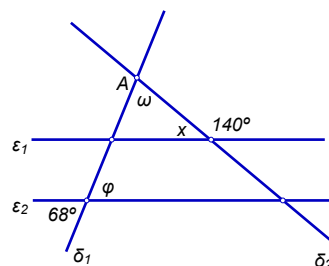
Θέμα 2^ο

- A. Είδη γωνιών (ορισμός – σχήμα)
- B. Πότε δύο γωνίες λέγονται συμπληρωματικές και πότε παραπληρωματικές
- Γ. Πότε δύο γωνίες λέγονται κατακορυφήν και πότε εφεξής (να γίνουν σχήματα)

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Αν η ευθεία ε_1 είναι παράλληλη με την ε_2 , να υπολογιστούν οι γωνίες ω , x , φ του διπλανού σχήματος.



Άσκηση 2^η

Να βρεθεί η τιμή της παράστασης:

$$2 + 3 \left(\frac{10}{3} - \frac{3^4 - 9 \cdot 8}{3 \cdot 4 - 3^2} \right) - \frac{13^2 - 16 \cdot 9}{5^2} \cdot 2$$

Άσκηση 3^η

Να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης:

$$\frac{(-1)^4 - (-2)^3}{-2 \cdot (-3) \cdot (-1)} \cdot \frac{(2-3) \cdot (4-2)}{(4-2)^3 - (-1)^5} \cdot 2^{-3}$$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Α. Μεταξύ δύο ομώνυμων κλασμάτων ποιο είναι μεγαλύτερο;
 Β. Πότε δύο κλάσματα λέγονται ισοδύναμα;
 Γ. Με ποιους τρόπους μπορεί να προκύψει κλάσμα ισοδύναμο με κάποιο άλλο;
 Για καθεμιά από τις παραπάνω περιπτώσεις να δοθεί παράδειγμα.

Θέμα 1^ο

- Α. Ποιες γωνίες λέγονται:
 α. εφεξής
 β. κατακορυφήν
 γ. παραπληρωματικές.
 Β. Να σχεδιάσετε δύο γωνίες που να είναι:
 α. εφεξής και συμπληρωματικές συγχρόνως
 β. κατακορυφήν
 γ. εφεξής και παραπληρωματικές συγχρόνως

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

- Α. Να υπολογιστούν οι παραστάσεις:

$$A = 85 - 5 \cdot 2^3 + 6^2 : 2 \text{ και}$$

$$B = \frac{29}{10} + 2 \cdot \frac{13}{4} - \frac{2}{5}$$

- Β. Αν $A = 63$ και $B = 9$, να υπολογιστούν τα παρακάτω:

$$B - A, -B - A, (-A) \cdot B, (-A) : (-B)$$

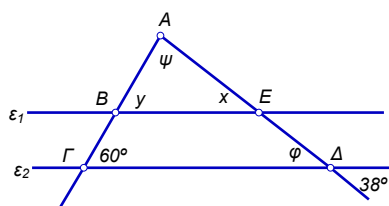
Άσκηση 2^η

Σε ένα Γυμνάσιο τα $\frac{3}{8}$ των μαθητών φοιτούν στην Α' τάξη και τα $\frac{2}{5}$ φοιτούν στη Β' τάξη. Να βρείτε:

- Α. Τι μέρος των μαθητών φοιτά στη Γ' τάξη
 Β. Αν η Γ' τάξη έχει 90 μαθητές, πόσοι είναι όλοι οι μαθητές του σχολείου;
 Γ. Πόσοι μαθητές φοιτούν στην Α' τάξη;

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα οι ευθείες ε_1 και ε_2 είναι παράλληλες. Να υπολογιστούν οι γωνίες φ , x , y και ω . Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας σε κάθε περίπτωση.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Α. Πότε δύο ρητοί αριθμοί λέγονται ομόσημοι και πότε ετερόσημοι;
 Β. Πότε δύο ρητοί αριθμοί λέγονται αντίθετοι;
 Γ. Από δύο θετικούς ρητούς αριθμούς, ποιος είναι ο μεγαλύτερος;

Θέμα 2^ο

- Α. Πότε δύο γωνίες λέγονται συμπληρωματικές;
 Β. Πότε δύο γωνίες λέγονται παραπληρωματικές;
 Γ. Να σχεδιάσετε δύο εφεξής και παραπληρωματικές γωνίες.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A = 1 + 2 \cdot (2^3 \cdot 3 - 3^2 \cdot 2) + 3^4 : (4 \cdot 6 + 3) - 2^5 : (5^2 - 3^2) \text{ και}$$

$$B = \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} \right) : \frac{1}{6} + \frac{4}{3} : \left(1 - \frac{1}{3} \right)$$

Να υπολογίσετε, εφαρμόζοντας την προτεραιότητα των πράξεων, τις παραστάσεις:

- α. A
 β. B
 γ. $\Gamma = A - 2 \cdot B$

Άσκηση 2^η

Δίνονται οι αριθμοί:

$$x = -(-3) + (-5) - (+6) + (+5) - (-2) + (-3) \text{ και}$$

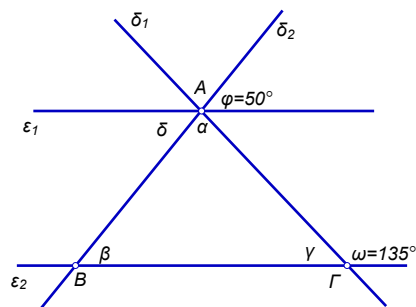
$$y = (-2) \cdot (4 - 6 - 3 + 7) - (6 - 9 - 5) : (-4)$$

Να υπολογίσετε τους αριθμούς:

- α. x
 β. y
 γ. $\omega = x - y - 2$

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα οι ευθείες ε_1 και ε_2 είναι παράλληλες με τέμνουσες τις ε_3 και ε_4 , που τέμνονται στο σημείο Α της ευθείας ε_1 . Δίνονται οι γωνίες: $\varphi = 50^\circ$ και $\omega = 135^\circ$. Να υπολογίσετε σε μοίρες, χωρίς να χρησιμοποιήσετε μοιρογνώνιο, τις γωνίες α, β, γ και δ. Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- A.** Πώς προσθέτουμε δύο ομόσημους και πώς δύο ετερόσημους ρητούς;
B. Πώς πολλαπλασιάζουμε δύο ομόσημους και πώς δύο ετερόσημους ρητούς;
Γ. Πώς υπολογίζουμε το γινόμενο πολλών παραγόντων, διαφορετικών από το 0;

Θέμα 2^ο

Ποιες είναι οι θέσεις ευθείας και κύκλου; Να δώσετε σε κάθε περίπτωση το αντίστοιχο σχήμα και να αναφέρετε τη σχέση μεταξύ ακτίνας του κύκλου και απόστασης του κέντρου του κύκλου από την ευθεία.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Αν $A = -3(5 - 3^2) - 2^3 : (2 \cdot 8 - 3 \cdot 2^2)$ και $B = \left(-4 + \frac{3}{2}\right) : \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right)$

να υπολογίσετε την παράσταση $\Gamma = (A + B)^{-2}$.

Άσκηση 2^η

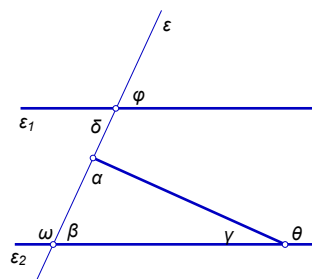
Τρεις αθλητές προπονούνται σε ένα στίβο και ξεκινούν την ίδια στιγμή από το ίδιο σημείο. Ο πρώτος διατρέχει το στίβο σε 6 min, ο δεύτερος σε 5 min και ο τρίτος σε 4 min. Μετά από πόσα min θα βρεθούν για πρώτη φορά και οι τρεις μαζί στο σημείο απ' όπου ξεκίνησαν και πόσες φορές θα έχει διατρέξει το στίβο ο καθένας;

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα είναι: $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$, $\hat{\omega} = 115^\circ$ και

$\hat{\theta} = 155^\circ$. Να υπολογίσετε τις γωνίες α , β , γ ,

δ , φ .



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

α. Να δώσετε τον ορισμό της δύναμης $a^v =$

β. Να συμπληρώσετε τις σχέσεις: $a^u \cdot a^v =$, $a^u : a^v =$, $(a^v)^u =$, $(a \cdot \beta)^v =$, $\frac{a^v}{\beta^v} =$

Θέμα 2^ο

Να γράψετε τα είδη των τριγώνων ως προς:

α. τις γωνίες

β. τις πλευρές (για κάθε περίπτωση να κάνετε σχήμα).

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{2}{3} \right)^2 + 2^2 \left(\frac{4}{5} - \frac{3}{4} \right) - \frac{5}{3} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right)$$

Άσκηση 2^η

Να υπολογιστούν:

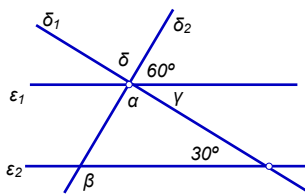
α. Το $A = (-4)^2 : (-2)^3 - 5^2 + [(-2)^6 : 8 - 4] : (-2)^2$

β. Το $B = \frac{(-2)^5 \cdot (-2)^8 \cdot (-2)^7}{(2)^{15}}$

γ. Να βρείτε τους αντίστροφους και τους αντίθετους των A, B.

Άσκηση 3^η

Να υπολογίσετε τις γωνίες του διπλανού σχήματος αν γνωρίζετε ότι οι ευθείες ε_1 και ε_2 είναι παράλληλες



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- α. Πότε δύο κλάσματα λέγονται ισοδύναμα;
 β. Πότε δύο κλάσματα λέγονται αντίστροφα;
 γ. Συμπληρώστε τις ισότητες: α. $\frac{0}{6} = \dots\dots\dots$ β. $\frac{9}{9} = \dots\dots\dots$ γ. $\frac{3}{1} = \dots\dots\dots$

Θέμα 2^ο

- α. Τι ονομάζεται μεσοκάθετος ευθυγράμμου τμήματος AB ;
 β. Ποια ιδιότητα έχουν τα σημεία της μεσοκαθέτου ευθυγράμμου τμήματος ;
 γ. Να κατασκευάσετε ευθύγραμμο τμήμα AB και να σχεδιάσετε την μεσοκάθετο του με κανόνα και διαβήτη.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Αν $A = 3^2 - 10 \cdot (2^4 - 3 \cdot 5) \cdot 0,5$ και $B = 3 \cdot \left(2\frac{1}{2} - \frac{13}{6}\right) + \frac{3}{4} : \left(\frac{1}{2} - \frac{5}{16}\right)$

να βρείτε τη διαφορά $A - B$.

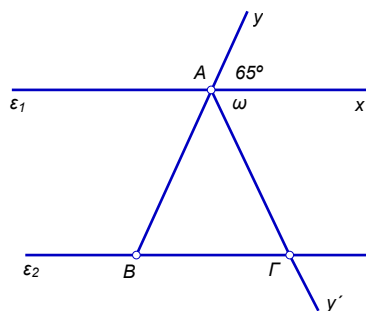
Άσκηση 2^η

Σε ένα διαγώνισμα Μαθηματικών τα $\frac{3}{16}$ των μαθητών έγραψαν κάτω από την βάση, τα $\frac{3}{8}$ έγραψαν μέτρια, το $\frac{1}{4}$ καλά και άριστα έγραψαν 6 μαθητές. Πόσους μαθητές είχε η τάξη;

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα είναι $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$
 και Ax διχοτόμος της γωνίας yAy'.

Να υπολογισθούν οι γωνίες
 του τριγώνου ABΓ, αν είναι
 $\widehat{yAx} = 65^\circ$.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

α. Πότε ένας αριθμός λέγεται πρώτος και πότε σύνθετος;

Να δώσετε από ένα παράδειγμα.

β. Δίνονται δύο φυσικοί αριθμοί Δ και δ. Με βάση αυτούς να ορίσετε την Ευκλείδεια διαίρεση.

γ. Πότε ένας αριθμός διαιρείται ταυτόχρονα με το 2 και με το 5;

Θέμα 2^ο

α. Να γράψετε τα είδη τριγώνων με κριτήριο τις πλευρές τους και να σχεδιάσετε τα αντίστοιχα τρίγωνα.

β. Τι ονομάζεται διάμεσος και τι ύψος σε ένα τρίγωνο;

Σε ένα σκαληνό τρίγωνο ΑΒΓ να σχεδιάσετε το ύψος και τη διάμεσο από την κορυφή Α.

γ. Σε ένα ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ, πόσες μοίρες είναι η κάθε γωνία του;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

α. $A = -2(-6 + 4 - 5) + \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{6}{4}\right) - (-3)$

β. $B = \frac{3}{2^2} - \frac{1}{3} : 2 + \left(\frac{2}{3} + \frac{2}{5}\right)$

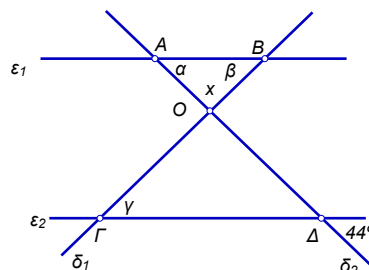
γ. Να υπολογίσετε το λόγο $\frac{A}{B}$ και να απλοποιήσετε το αποτέλεσμα.

Άσκηση 2^η

Ένας τυπογράφος για να τελειώσει ένα βιβλίο σε 20 μέρες εργάζεται 7 ώρες την ημέρα. Αν αυξήσει κατά 3 τις ώρες εργασίας την ημέρα, σε πόσες μέρες θα τελειώσει το βιβλίο;

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα οι ευθείες ε_1 και ε_2 είναι παράλληλες και το τρίγωνο ΟΓΔ είναι ισοσκελές ($ΟΓ = ΟΔ$). Να υπολογίσετε τις γωνίες



i. $\hat{\gamma} =$

ii. $\hat{\alpha} =$

iii. $\hat{\beta} =$

iv. $\hat{x} =$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Α. Να γράψετε την ισότητα της ευκλείδειας διαίρεσης και να ονομάσετε τις μεταβλητές που περιέχει.
- Β. Πότε η ευκλείδεια διαίρεση λέγεται τέλεια;
- Γ. Η ισότητα $183 = 12 \cdot 14 + 15$ αποτελεί ευκλείδεια διαίρεση;
Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Θέμα 2^ο

- Α. Ποιες γωνίες ονομάζονται:
- Παραπληρωματικές
 - Συμπληρωματικές
 - Κατακορυφήν
- Β. Να δώσετε ένα παράδειγμα (με σχήμα) σε κάθε μία περίπτωση.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

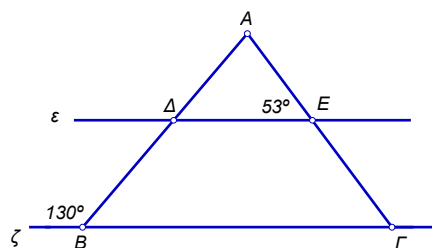
Άσκηση 1^η

Να υπολογιστούν οι παρακάτω παραστάσεις:

Α. $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} - \frac{5}{6}$, Β. $\frac{5}{3} : \frac{8}{7}$, Γ. $\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4} - \frac{5}{6} \right) + \frac{5}{3} : \frac{8}{7} =$

Άσκηση 2^η

Στο διπλανό σχήμα είναι $\varepsilon \parallel \zeta$. Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ. Ποιο είναι το είδος του τριγώνου ΑΒΓ ως προς τις γωνίες του; Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



Άσκηση 3^η

Να λύσετε τις εξισώσεις:

Α. $5x - \frac{3}{4} = 1\frac{7}{8}$

Β. $\frac{55}{33} : x = \frac{5}{3}$

Γ. $x : \frac{5}{14} = \frac{5}{14}$

ΘΕΩΡΙΑ

Θεωρία 1^η

- Α. Πότε ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 2;
- Β. Πότε ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 5;
- Γ. Πότε ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 3 ή το 9;

Για κάθε ερώτημα να δοθούν παραδείγματα.

Θεωρία 2^η

- Α. Πότε δύο γωνίες ονομάζονται παραπληρωματικές;
- Β. Πότε δύο γωνίες ονομάζονται συμπληρωματικές;
- Γ. Πότε δύο γωνίες ονομάζονται κατακορυφήν;

Για κάθε ερώτημα να δοθούν σχήματα.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να γίνουν οι πράξεις:

$$\frac{10}{3} : \frac{1}{4} - \left(\frac{5}{2} - \frac{4}{3} \right) + \left(\frac{7}{12} + \frac{5}{6} \right)$$

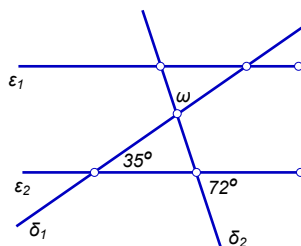
Άσκηση 2^η

Να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης:

$$A = 3^3 + 2 \cdot (2^4 \cdot 5 - 80 : 5) - 44$$

Άσκηση 3^η

Αν οι ευθείες ε_1 και ε_2 στο διπλανό σχήμα είναι παράλληλες ($\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$), να υπολογιστεί η γωνία ω .



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Α. Πότε δύο ρητοί αριθμοί λέγονται ομόσημοι; (ορισμός)
- Β. Πώς προσθέτουμε δύο ομόσημους ρητούς αριθμούς; (ορισμός – παράδειγμα)
- Γ. Πότε δύο ρητοί αριθμοί λέγονται ετερόσημοι; (ορισμός)
- Δ. Πώς προσθέτουμε δύο ετερόσημους ρητούς αριθμούς; (ορισμός – παράδειγμα)

Θέμα 2^ο

- Α. Τι ονομάζουμε διάμεσο ενός τριγώνου; (ορισμός – σχήμα)
- Β. Πότε δύο γωνίες ονομάζονται εφεξής; (ορισμός – σχήμα)
- Γ. Πότε δύο γωνίες ονομάζονται παραπληρωματικές; (ορισμός – παράδειγμα)

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να υπολογίσετε τις παρακάτω παραστάσεις:

Α. $A = 3^2 - 2^3 + (5,8 + 7,2) : 2,6$

Β. $B = \left(\frac{3}{4} - \frac{3}{8} \right) : \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{9} - \frac{1}{6} \right)$

Άσκηση 2^η

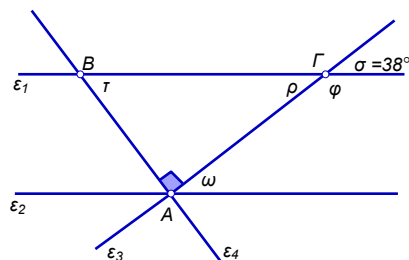
Τα $\frac{3}{5}$ των μαθητών ενός σχολείου είναι αγόρια. Αν γνωρίζουμε ότι τα αγόρια του σχολείου

είναι 108, να βρείτε:

- Α. Πόσους μαθητές έχει το σχολείο συνολικά;
- Β. Αν τα $\frac{13}{20}$ των μαθητών του σχολείου μαθαίνουν Γαλλικά, να βρείτε πόσοι μαθητές μαθαίνουν Γαλλικά.

Άσκηση 3^η

Στο παρακάτω σχήμα οι ευθείες ε_1 και ε_2 είναι παράλληλες, η γωνία $\sigma = 38^\circ$ και η γωνία $ΒΑΓ$ είναι ορθή. Να υπολογίσετε τις γωνίες ρ , τ , φ , ω , δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

Α. Πώς συγκρίνουμε δύο κλάσματα (να γράψετε όλες τις περιπτώσεις). Δώστε ένα παράδειγμα για κάθε περίπτωση.

Β. Να συγκριθούν τα παρακάτω ζευγάρια κλασμάτων

α. $\frac{2}{5}$ $\frac{4}{5}$

β. $\frac{2}{5}$ $\frac{2}{7}$

γ. $\frac{2}{5}$ $\frac{6}{15}$

Να γράψετε τον τρόπο (κανόνα) με τον οποίο τα συγκρίνετε.

Θέμα 2^ο

α. Ποιες είναι οι θέσεις ευθείας και κύκλου (γράψτε ό,τι ξέρετε για κάθε περίπτωση και σχεδιάστε τα αντίστοιχα σχήματα)

β. Η ευθεία της διαμέτρου ενός κύκλου, ποια θέση έχει ως προς τον κύκλο;

γ. Αν έχουμε κύκλο (0,4cm) και μια ευθεία ε απέχει από το κέντρο του κύκλου 5cm, ποια είναι η θέση της ευθείας ε ως προς τον κύκλο (0,4cm);

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Ένα οικόπεδο έχει σχήμα τετραγώνου με πλευρά 210m. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του σε m² και σε στρέμματα.

Άσκηση 2^η

Αν $x = 5 - (2 - 3) - (-5 + 8) - 1$ και $y = -1 - [2 + (7 - 10)]$

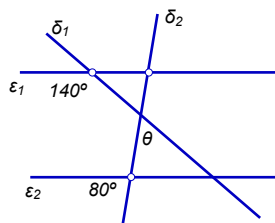
Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$A = -2 + (x - 3) - [2 - (y - 1)]$$

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα είναι $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$.

Να υπολογίσετε τη γωνία θ .



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- A. Ποιοι είναι οι ακέραιοι αριθμοί;
- B. Ποιοι είναι οι ρητοί αριθμοί;
- Γ. Πότε δύο αριθμοί λέγονται αντίθετοι; Δώστε δύο παραδείγματα
- Δ. Τι εκφράζει η απόλυτη τιμή ενός ρητού αριθμού α;

Θέμα 2^ο

- A. Πότε δύο γωνίες λέγονται εφεξής; Κάνετε σχήμα και ονομάστε τις
- B. Πότε δύο γωνίες λέγονται κατακορυφήν; Σχήμα – Ονόματα
- Γ. Πότε δύο γωνίες λέγονται συμπληρωματικές;
- Δ. Πότε δύο γωνίες λέγονται παραπληρωματικές;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

- A. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = 2 \cdot 3^2 + 5 \cdot 9 + 15^2 - (21 \cdot 3^2 + 6 \cdot 1^{2009})$$

- B.

- α. Διαιρείται η τιμή του A που βρήκατε δια 5; διαιρείται δια 3; γιατί;

- β. Να βρείτε τα $\frac{2}{3}$ του A

Άσκηση 2^η

Τρεις φίλοι μοιράστηκαν ένα ποσό 30.000€. Ο πρώτος πήρε τα $\frac{3}{5}$ του ποσού . Ο δεύτερος και

ο τρίτος μοιράστηκαν εξίσου τα υπόλοιπα χρήματα . Να υπολογίσετε:

- A. Τι ποσό πήρε ο πρώτος
- B. Τι ποσό πήρε ο δεύτερος
- Γ. Τι μέρος (κλάσμα) του αρχικού ποσού πήρε ο τρίτος.

Άσκηση 3^η

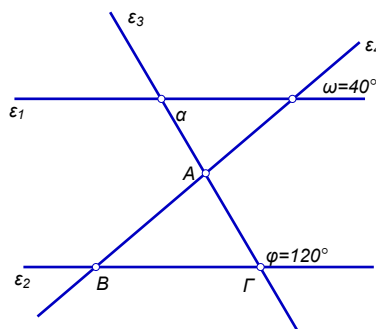
Στο παρακάτω σχήμα είναι $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$.

Η γωνία $\omega = 40^\circ$ και $\hat{\varphi} = 120^\circ$.

Να υπολογίσετε:

- A. τις γωνίες α και β
- B. τη γωνία Α του τριγώνου ΑΒΓ.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας στα παραπάνω ερωτήματα.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- A. Πώς συγκρίνουμε δύο ομώνυμα κλάσματα; Δώστε ένα παράδειγμα.
 B. Πώς συγκρίνουμε δύο κλάσματα με τον ίδιο αριθμητή; Δώστε ένα παράδειγμα
 Γ. Πότε ένα κλάσμα είναι μεγαλύτερο από τη μονάδα; Δώστε ένα παράδειγμα.

Θέμα 2^ο

- A. Να αναφέρετε τα είδη των τριγώνων ως προς τις πλευρές. Σχήμα για κάθε περίπτωση.
 B. Ποια είναι τα τρία δευτερεύοντα στοιχεία ενός τριγώνου και πώς ορίζεται το καθένα;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Δίνονται οι αριθμητικές παραστάσεις:

$$A = 3^2 - 2 \cdot 4 + 3^1 \text{ και}$$

$$B = 16 - 2 \cdot 3 - (20 - 2^3) : 3$$

Υπολογίστε τις τιμές των παραστάσεων A, B και $\frac{A}{B} + \frac{B}{A}$

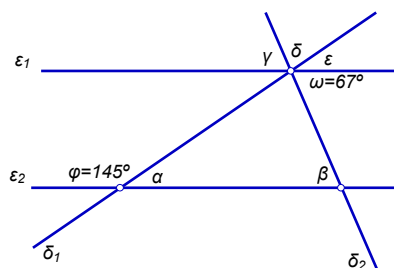
Άσκηση 2^η

Ο μηνιαίος μισθός ενός υπαλλήλου είναι 1.200€. Ξοδεύει τα $\frac{2}{5}$ του μισθού του για φαγητό και το 25 % του μισθού του για ενοίκιο.

- A. Τι ποσοστό του μισθού του ξοδεύει για φαγητό;
 B. Πόσα χρήματα του περισσεύουν κάθε μήνα;
 Γ. Τι ποσοστό του μισθού του περισσεύει κάθε μήνα;

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα είναι $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$ και τέμνονται από τις ευθείες δ_1 και δ_2 . Τα μέτρα των γωνιών είναι: $\omega = 67^\circ$ και $\varphi = 145^\circ$. Υπολογίστε (χωρίς μοιρογνωμόνιο) τις γωνίες α , β , γ , δ , ε (αναλυτική εξήγηση).



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Να γράψετε την ισότητα της Ευκλείδειας διαίρεσης και να δώσετε τα ονόματα των μεταβλητών, που περιέχει.
- Πότε η Ευκλείδεια διαίρεση λέγεται τέλεια διαίρεση;
- Η ισότητα: $338 = 15 \cdot 21 + 23$ παριστάνει Ευκλείδεια διαίρεση; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Θέμα 2^ο

- Τι ονομάζεται απόσταση σημείου Α από το σημείο Β;
- Τι ονομάζεται απόσταση σημείου Α από ευθεία ε;
- Τι ονομάζεται απόσταση δύο παραλλήλων ευθειών;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Έστω $\alpha = \frac{5}{4} - 1 - \left(\frac{7}{6}\right)$ και $\beta = \frac{3^2 + (-5)}{3} : \frac{-2^3}{5}$

- Να βρείτε τους αριθμούς α και β.
- Να συγκρίνετε τους αριθμούς α και β.
- Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $A = \frac{1}{2}\beta - \alpha$

Άσκηση 2^η

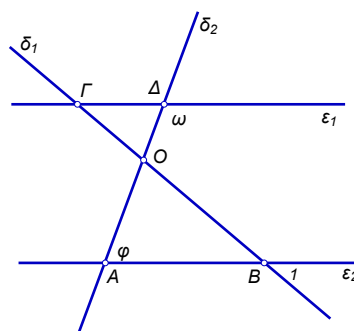
Να σχεδιάσετε μια γωνία 135° και την κατακόρυφή της. Να φέρεται τις διχοτόμους των γωνιών αυτών και να υπολογίσετε την γωνία που σχηματίζουν μεταξύ τους.

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα οι ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 είναι παράλληλες. Τα ευθύγραμμα τμήματα ΒΟ και ΒΑ είναι ίσα και η γωνία $B_1 = 40^\circ$.

- Να υπολογίσετε τις γωνίες φ και ω.
- Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΟΓΔ.
- Τι είδος τριγώνου, ως προς τις πλευρές του είναι το τρίγωνο ΟΓΔ;

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

α. Ποιοι αριθμοί λέγονται ομόσημοι και ποιοι ετερόσημοι;

β. Πώς πολλαπλασιάζουμε δύο ετερόσημους αριθμούς;

γ. Πότε δύο αριθμοί λέγονται αντίστροφοι;

(στις απαντήσεις σας να μη χρησιμοποιήσετε αριθμητικά παραδείγματα)

Θέμα 2^ο

α. Πότε ένα τρίγωνο λέγεται ισοσκελές;

β. Πότε ένα τρίγωνο λέγεται σκαληνό;

γ. Μπορεί ένα ορθογώνιο τρίγωνο να είναι και ισόπλευρο συγχρόνως;

(να δικαιολογήσετε την απάντησή σας)

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να γίνουν οι πράξεις: $(8 + 16 : 4)^2 - 2^4 \cdot 3^2 + 6 \cdot 3 : (5^2 - 4^2)$

Άσκηση 2^η

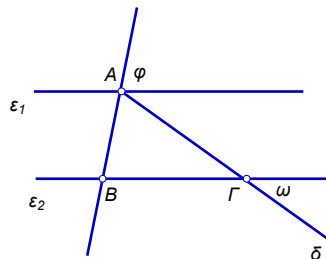
$$\text{Αν } x = \frac{2}{5} : \frac{2}{3}, y = \frac{5}{3} - \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{3} \text{ και } \omega = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{5}}$$

να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης: $x + y - \omega$

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα είναι $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$. Αν $\hat{\omega} = 35^\circ$ και

$\hat{\varphi} = 80^\circ$, να υπολογίσετε (χωρίς μέτρηση) τις γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

A. Πότε δύο γωνίες λέγονται συμπληρωματικές και πότε παραπληρωματικές; (σχήμα)

B. Πότε δύο γωνίες λέγονται εφεξής και πότε εφεξής και παραπληρωματικές; (σχήμα)

Θέμα 2^ο

A. Ποιοι αριθμοί λέγονται πρώτοι και ποιοι σύνθετοι; (παραδείγματα)

B. Τι ονομάζουμε Ε. Κ. Π. δύο ή περισσότερων φυσικών αριθμών; Βρείτε το Ε. Κ. Π. δύο φυσικών αριθμών σε δικό σας παράδειγμα.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

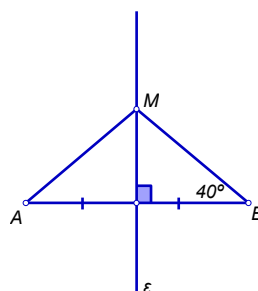
A. $A = 2^3 - 5 \cdot (2 \cdot 3 - 1^3 - 5)^2 + 0,5 \cdot 10 - 13$

B. $B = -5 \cdot \left(3\frac{1}{2} - 1\right) - 2\frac{1}{3} \left(5 \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)$

Γ. Βρείτε το λόγο Α προς Β $\left(\frac{A}{B}\right)$

Άσκηση 2^η

Στο π διπλανό σχήμα η (ε) είναι μεσοκάθετος του τμήματος ΑΒ. Αν $\hat{B} = 40^\circ$ να υπολογιστούν οι γωνίες του τριγώνου ΑΒΜ. (Μ σημείο της μεσοκαθέτου)

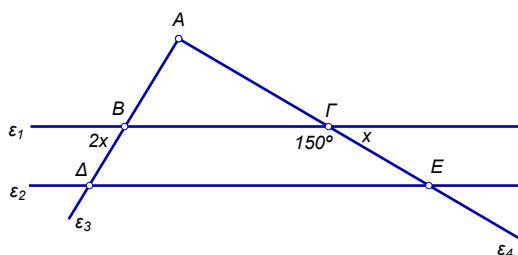


Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα είναι $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$

και $\widehat{B\Gamma E} = 150^\circ$. Υπολογίστε:

$\hat{x}$, $\widehat{BAE}$ και τις γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ.



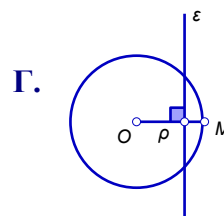
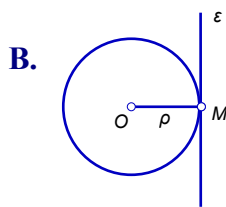
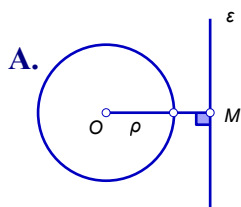
ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- A. Πότε δύο κλάσματα ονομάζονται ισοδύναμα; Να γράψετε και ένα αριθμητικό παράδειγμα.
- B. Αν ισχύει $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$ να γράψετε τη σχέση με την οποία συνδέονται οι όροι α, β, γ, δ.
- Γ. Πότε ένα κλάσμα ονομάζεται ανάγωγο; Δώστε αριθμητικό παράδειγμα.

Θέμα 2^ο

- A. Να γράψετε για κάθε ένα από τα παρακάτω σχήματα ποια είναι η θέση της ευθείας ε ως προς τον κύκλο (O, ρ)
- B. Να συμπληρώσετε τα κενά (να αντιγράψετε στην κόλλα σας τις προτάσεις): Όταν η ευθεία ε και ο κύκλος έχουν ένα κοινό σημείο M τότε η ευθεία λέγεται..... του κύκλου στο σημείο M και είναι στο σχήμα..... Τότε η ακτίνα είναι..... στην ευθεία ε, στο σημείο M.



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

- A. Να υπολογιστούν οι τιμές των παραστάσεων:

$$A = (17 - 4^2)^{10} + 27 : 3^2 \text{ και}$$

$$B = \frac{1}{4} + 2 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) - \frac{3}{5} \cdot \frac{10}{18}$$

- B. Να υπολογίσετε το γινόμενο A · B. Τι είναι οι αριθμοί A και B;

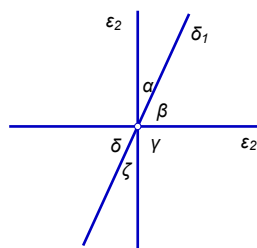
Άσκηση 2^η

Για να πάνε εκδρομή τα παιδιά, ο σύλλογος γονέων θα πληρώσει το 75% της τιμής που ζητάει το γραφείο ταξιδιών και το σχολείο το 20% των υπολοίπων. Στο ταμείο της τάξης υπάρχουν 200 ευρώ, που είναι το $\frac{1}{5}$ των χρημάτων που χρειάζονται. Να βρείτε:

- A. Πόσα χρήματα χρειάζονται για να γίνει η εκδρομή;
- B. Πόσα δίνει ο σύλλογος;
- Γ. Πόσα δίνει το σχολείο;
- Δ. Τα χρήματα που συγκεντρώνονται είναι αρκετά για την εκδρομή;

Άσκηση 3^η

Να υπολογίσεις (χωρίς μοιρογνωμόνιο) τις γωνίες α, β, γ, δ του παρακάτω σχήματος, αν γνωρίζεις ότι οι ευθείες ε₁, ε₂ είναι κάθετες και η γωνία ζ = 25°. Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- A. Πότε δύο ποσά x, y λέγονται ανάλογα;
 B. Να γράψετε μία σχέση που συνδέει τα παραπάνω ποσά
 Γ. Η γραφική παράσταση της παραπάνω σχέσης αναλογίας τι γραμμή είναι και από ποιο σημείο του συστήματος ορθογωνίων ημιαξόνων διέρχεται;

Θέμα 2^ο

Πότε δύο γωνίες λέγονται:

- A. εφεξής
 B. παραπληρωματικές
 Γ. κατακορυφήν

Να γράψετε τους ορισμούς και να κάνετε τα αντίστοιχα σχήματα

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Αν δίνεται ότι:

$$x = 3^3 - 2 \cdot 3^2 + 2^3 + 1 \text{ και}$$

$$y = 3^3(9 - 2^3) - 2^3(12 - 3^2) + 6^2 : 2^2$$

- A. να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων x και y
 B. να υπολογίσετε το $ΜΚΔ(x, y)$ και το $ΕΚΠ(x, y)$.

Άσκηση 2^η

Αν δίνεται ότι:

$$\alpha = (-8) + (+2) + (+3) + (-7) + (+8) + (-5) + (-1)$$

$$\beta = (-1)(+2)(-1)(-3)(+1)(-5) \text{ και}$$

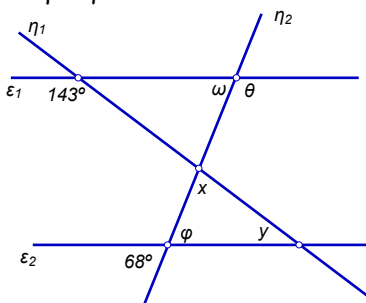
$$\gamma = \left(-\frac{2}{5}\right) : \left(+\frac{4}{10}\right)$$

να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $\Delta = \alpha - \beta - \gamma$

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα είναι $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$.

Να υπολογίσετε τις γωνίες φ, x, y, ω και θ . Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- A.** Πότε δύο κλάσματα $\frac{a}{b}$ και $\frac{\gamma}{\delta}$ λέγονται ισοδύναμα;
- B.** Πότε δύο κλάσματα λέγονται ομώνυμα και πότε ετερόνυμα;
- Γ.** Από δύο ομώνυμα κλάσματα, ποιο είναι το μεγαλύτερο;

Θέμα 2^ο

- A.** Πότε δύο γωνίες λέγονται εφεξής;
- B.** Πότε δύο γωνίες λέγονται παραπληρωματικές;
- Γ.** Να σχεδιάσετε δύο εφεξής και παραπληρωματικές γωνίες;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$2^2 \cdot (5^2 \cdot 2 - 7^2) + 4^2 : 8 - (2 \cdot 5 - 2^3)$$

Άσκηση 2^η

Τρία αδέρφια μοιράστηκαν 20.000 € ως εξής: ο πρώτος πήρε τα $\frac{2}{5}$ του ποσού και τα υπόλοιπα

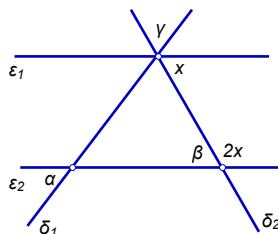
μοιράστηκαν εξίσου ο δεύτερος και ο τρίτος. Να βρείτε:

- A.** Τι ποσό πήρε ο καθένας;
- B.** Τι μέρος του ποσού πήρε ο δεύτερος;

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα είναι $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$ και $\hat{\alpha} = 52^\circ$.

Να υπολογίσετε τις γωνίες x , β , γ .



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

α. Αν τα κλάσματα $\frac{\alpha}{\beta}$ και $\frac{\gamma}{\delta}$ είναι ισοδύναμα, να συμπληρώσετε την παρακάτω ισότητα:

$$\alpha \cdot \dots = \beta \cdot \dots$$

β. Πότε δύο κλάσματα λέγονται αντίστροφα;

γ. Να γράψετε στη σειρά από το μικρότερο στο μεγαλύτερο τα κλάσματα:

$$\frac{\kappa}{\lambda}, \frac{\kappa}{\lambda-1}, \frac{\kappa-3}{\lambda}$$

Θέμα 2^ο

α. Πότε δύο γωνίες λέγονται εφεξής; (να γίνει σχήμα και να ονομαστούν οι γωνίες)

β. Πότε δύο γωνίες λέγονται συμπληρωματικές;

γ. Μπορεί δύο γωνίες να είναι συμπληρωματικές και παραπληρωματικές συγχρόνως;

(να δικαιολογήσετε την απάντησή σας)

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να βρείτε την τιμή της παράστασης:

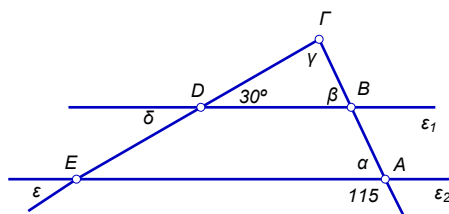
$$A = (7-6) \cdot 2^3 - (28-3^2 \cdot 3) \cdot 2, 4-1, 84 : 0, 4 + \left(\frac{4}{3} - \frac{2}{3} \right) \cdot 3$$

Άσκηση 2^η

Στο διπλανό σχήμα είναι $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$.

Να υπολογιστούν οι γωνίες α , β , γ , δ , ε

και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



Άσκηση 3^η

Η γιαγιά είχε 320 €. Έδωσε στον Κωνσταντίνο τα $\frac{3}{8}$ από τα χρήματα αυτά, στο Γρηγόρη τα

$\frac{3}{5}$ των υπολοίπων και ό,τι έμεινε στο Δημήτρη. Πόσα χρήματα πήρε ο κάθε εγγονός;

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Α. Τι λέμε αριθμητική παράσταση;
 Β. Με ποια σειρά κάνουμε τις πράξεις σε μια αριθμητική παράσταση η οποία έχει παρενθέσεις; (προτεραιότητα των πράξεων)
 Γ. Να χαρακτηρίσετε τις ακόλουθες προτάσεις με Σ ή Λ, ανάλογα με το αν είναι σωστές ή λανθασμένες:

α. Ισχύει ότι: $4 \cdot (12 - 5) + 3 = 4 \cdot 12 - 5 + 3$	
β. Ισχύει ότι: $5^2 + 3^2 = 8^2$	
γ. Ισχύει ότι: $6 + 6 + 6 \cdot 6 = 24$	
δ. Ισχύει ότι: $a^3 = 3 \cdot a$	
ε. Ισχύει ότι: $x^5 = x + x + x + x + x$	
στ. Ισχύει ότι: $x \cdot (y + \omega) = xy + x\omega$	

Θέμα 2^ο

- Α. Τι ονομάζουμε κύκλο με κέντρο Ο και ακτίνα ρ. Πώς τον συμβολίζουμε;
 Β. Πότε μια ευθεία λέγεται εφαπτομένη ενός κύκλου και τι είναι το σημείο επαφής; Ποια σχέση έχει η εφαπτομένη με την ακτίνα του κύκλου στο σημείο επαφής; (Να γίνει το αντίστοιχο σχήμα)
 Γ. Να χαρακτηρίσετε τις ακόλουθες προτάσεις με Σ ή Λ, ανάλογα με το αν είναι σωστές ή λανθασμένες.

α. Ένας κύκλος διαμέτρου $AB = 6\text{cm}$ έχει ακτίνα 3 cm.	
β. Κάθε κύκλος έχει μόνο μία διάμετρο.	
γ. Όταν μία ευθεία είναι τέμνουσα του κύκλου έχει τρία κοινά σημεία με τον κύκλο.	
δ. Κάθε χορδή χωρίζει τον κύκλο σε δύο ίσα τόξα.	
ε. Το μέτρο ενός τόξου μετريέται σε μοίρες.	
στ. Σε ένα τόξο 90° η αντίστοιχη επίκεντρη γωνία είναι ορθή.	

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Δίνονται οι αριθμητικές παραστάσεις:

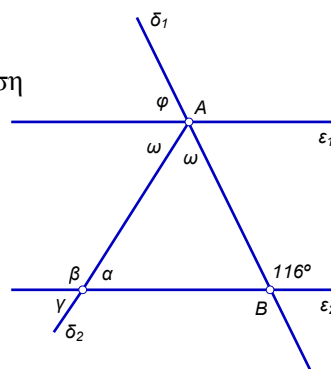
$$A = 2^2 + (3 - 1)^3 + 3^2 - 4 \cdot 1,5$$

$$B = 2\frac{1}{4} : \frac{1}{2} + 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{6}{8} - \left(\frac{3}{2} : 3\right)$$

- α. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις
 β. Να λύσετε την εξίσωση $Ax = B$ και να κάνετε επαλήθευση

2^η Άσκηση

Στο διπλανό σχήμα οι ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 είναι παράλληλες. Αν η $A\delta_2$ είναι διχοτόμος της γωνίας Α και $\hat{B} = 116^\circ$ να υπολογίσετε τις γωνίες ω , α , β , γ και φ .



Άσκηση 3^η

Ένας αθλητικός όμιλος έχει 80 μέλη. Από τα μέλη αυτά 8 ασχολούνται με την κολύμβηση. Από τους υπόλοιπους οι μισοί ασχολούνται με το μπάσκετ. Τα $\frac{3}{4}$ όσων απέμειναν ασχολούνται με το βόλεϊ και οι υπόλοιποι με το τένις. Πόσοι είναι αυτοί που ασχολούνται με το τένις;

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Πότε δύο κλάσματα λέγονται ομώνυμα και πότε ετερόνυμα;
- Πότε ένα κλάσμα λέγεται ανάγωγο;
- Τι κλάσμα θα προκύψει αν πολλαπλασιάσουμε ή διαιρέσουμε τους όρους του με τον ίδιο φυσικό αριθμό ($\neq 0$);

Θέμα 2^ο

- Πότε ένα τρίγωνο λέγεται ισοσκελές;
- Τι γνωρίζετε για τη διάμεσο που αντιστοιχεί στη βάση του ισοσκελούς τριγώνου;
- Τι γνωρίζετε για τις προσκείμενες στη βάση γωνίες του ισοσκελούς τριγώνου;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

$$\text{Αν } A = 3 \cdot 5 + 8 : 4 - (13 - 9) \cdot \frac{15}{2} \text{ και } B = \frac{3}{4} \left[(+2) - \left(+\frac{12}{5} \right) \right] - \left[-3 + \left(-\frac{1}{4} \right) \right] : \frac{5}{2}$$

να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης : $K = 2A + B + 26$

Άσκηση 2^η

Με 10 κιλά αλεύρι φτιάχνουμε 12 κιλά ψωμί.

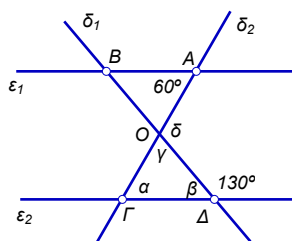
- Πόσα κιλά ψωμί θα φτιάξουμε με 25 κιλά αλεύρι;
- Πόσα κιλά αλεύρι χρειαζόμαστε για να φτιάξουμε 96 κιλά ψωμί;
- Να σχεδιάσετε σε κατάλληλο ορθοκανονικό σύστημα αξόνων τα ποσά αλεύρι – ψωμί.

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα είναι:

$$\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2, \hat{A}_1 = 60^\circ, \hat{\Delta}_1 = 130^\circ.$$

Να υπολογίσετε τις γωνίες α, β, γ, δ και να επεξηγήσετε τους συλλογισμούς σας.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- α. Ποιοι αριθμοί λέγονται ομόσημοι και ποιοι ετερόσημοι;
- β. Ποιοι αριθμοί λέγονται αντίθετοι;

Θέμα 2^ο

- α. Ποια είδη τριγώνων διακρίνουμε ανάλογα με το είδος των γωνιών τους;
- β. Τι ονομάζουμε διάμεσο και τι διχοτόμο σε ένα τρίγωνο;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

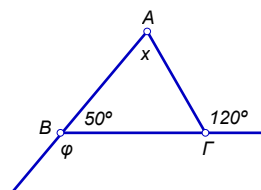
Υπολόγισε την τιμή της παράστασης: $2 \cdot (3 - 1) - 2 \cdot (-1 + 2 \cdot 3) + 2^2$

Άσκηση 2^η

Στο διπλανό σχήμα να υπολογίσεις

τις γωνίες x και φ .

Να δικαιολογήσεις τις απαντήσεις σου.



Άσκηση 3^η

Να γίνουν οι πράξεις:

α. $\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5}$

β. $2 + \frac{1}{2} : \frac{3}{2}$

Σημείωση:

Τα παραπάνω θέματα είναι για μία κατ' οίκον διδαχθέντα μαθητή.

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- A. Ποιος φυσικός αριθμός λέγεται πρώτος;
 B. Να βρεθούν οι πρώτοι φυσικοί μεταξύ 10 και 30
 Γ. Να βρείτε έναν τριψήφιο φυσικό αριθμό που να διαιρείται συγχρόνως με τους αριθμούς 2, 3 και 5 και να τον αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.

Θέμα 2^ο

- A. Ποια γωνία ονομάζεται μη κυρτή; (Να δοθεί σχήμα)
 B. Ποια γωνία ονομάζεται αμβλεία; (Να δοθεί σχήμα)
 Γ. Να δώσετε ένα αριθμητικό παράδειγμα μιας μη κυρτής και μιας αμβλείας γωνίας που το άθροισμα των μέτρων τους να ορίζει μια πλήρη γωνία.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

- A. Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων:

$$A = -[-2 + (-3 + 5) - 7] - 3 \cdot (-8 + 6) + (-2 + 1)^{2009}$$

$$B = \frac{x^5 y^2 \cdot x^4}{(x^2)^4 \cdot y \cdot y^{-2}} \text{ αν } x = -3 \text{ και } y = -1$$

Άσκηση 2^η

Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων:

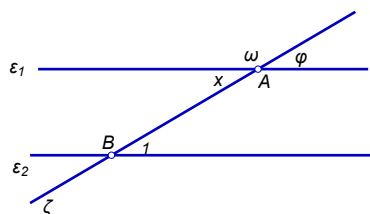
$$A = 3 \cdot \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{2} \right) - 2 \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \right)$$

$$B = \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{5}{6} \right) : \frac{5}{6} - \left(2 - \frac{1}{3} \right) \cdot \frac{5}{2} + \frac{2}{\frac{2}{3}}$$

Άσκηση 3^η

Δίνεται το σχήμα

- A. Πώς ονομάζουμε και ποια σχέση συνδέει τις γωνίες φ και ω.
 B. Πώς ονομάζουμε και ποια σχέση συνδέει τις γωνίες φ και x
 Γ. Οι ευθείες $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$ και η ευθεία (ζ) τις τέμνει στα A, B να βρείτε τις γωνίες φ, ω, x αν είναι $\hat{B}_1 = \hat{\phi} - 30^\circ$.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

Α. Συμπληρώστε τις ισότητες, όταν γνωρίζετε ότι μ, ν ακέραιοι.

α. $a^\mu \cdot a^\nu =$

β. $a^\mu : a^\nu =$

γ. $a^\nu \cdot b^\nu =$

δ. $(a^\mu)^\nu =$

ε. $a^{-\nu} =$

στ. $\left(\frac{a}{b}\right)^{-\mu} =$

Β. Απαντήστε στις ερωτήσεις:

α. Πότε δύο γωνίες λέγονται παραπληρωματικές;

β. Πότε δύο γωνίες λέγονται κατακορυφήν;

γ. Ποια είναι τα είδη των τριγώνων όταν αυτά εξετάζονται ως προς τις πλευρές τους;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Α. Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A = 8^2 - 2^3 \cdot 7 + 3^3 : 9 + 1^{15} \text{ και } B = 4 + 3 \cdot \frac{1}{3} - \left(\frac{5}{2} - \frac{1}{3}\right) : \left(1 - \frac{1}{3}\right)$$

α. Να βρείτε την αριθμητική τιμή του Α

β. Να βρείτε την αριθμητική τιμή του Β

γ. Να βρείτε την τιμή της παράστασης $A - 4 \cdot B$

Άσκηση 2^η

Δίνεται η εξίσωση: $\frac{x+3}{4} + \frac{1}{2} = \frac{7}{4}$.

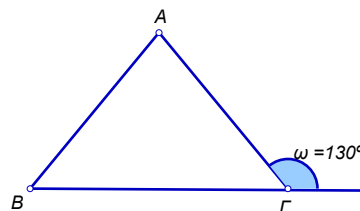
Να βρεθεί ποιος από τους αριθμούς 0, 1 και 2 είναι λύση αυτής της εξίσωσης.

Άσκηση 3^η

Το τρίγωνο του σχήματος είναι ισοσκελές ($AB = AG$).

Αν η εξωτερική γωνία ω είναι 130° , να υπολογιστούν

οι γωνίες Α, Β και Γ του τριγώνου.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Τι ονομάζουμε κύκλο κέντρου O και ακτίνας ρ και πως συμβολίζεται (σχήμα)
- Ποια γωνία ονομάζεται επίκεντρη και ποια σχέση συνδέει την επίκεντρη γωνία με το αντίστοιχο τόξο (σχήμα);
- Σε ποια περίπτωση μπορούμε να συγκρίνουμε δύο τόξα μεταξύ τους.

Θέμα 2^ο

- Πότε ένα γινόμενο πολλών παραγόντων είναι αρνητικό και πότε είναι μηδέν;
- Πότε δύο αριθμοί είναι αντίστροφοι; Μπορεί δύο αντίστροφοι αριθμοί να έχουν πηλίκο αρνητικό αριθμό; (Δικαιολογείστε την απάντησή σας).
- Ποιες από τις παρακάτω δυνάμεις είναι θετικές και ποιες αρνητικές;
 $(+2)^3$, $(+2)^{-3}$, $(-2)^5$, $(-2)^{2010}$, -2^{2012}

Ασκήσεις

Ασκηση 1^η

Να κάνετε τις πράξεις και να απλοποιήσετε τα κλάσματα

α. $\frac{\frac{3}{5} - \frac{1}{5}}{\frac{2}{3} + \frac{4}{6}}$

β. $\frac{\frac{4}{7} \cdot \frac{1}{3}}{\frac{2}{5} \cdot \frac{8}{7}}$

Ασκηση 2^η

Να βρείτε την τιμή του φυσικού αριθμού x

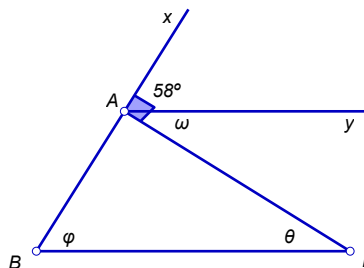
$$\frac{x-7}{8} - \frac{3}{4} = 2$$

Ασκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα είναι $Ay \parallel B\Gamma$.

Η γωνία $\angle xA\Gamma = 90^\circ$ και η γωνία $\angle xAy = 58^\circ$.

Να υπολογίσετε τις γωνίες ω , φ και θ .



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- A.** Πότε ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 5;
B. Πότε ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 3;
Γ. Να βρείτε ποιο ψηφίο πρέπει να είναι το a , ώστε ο αριθμός 3859 a να διαιρείται (και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας):
α. με το 9
β. με το 2 και 5 ταυτόχρονα

Θέμα 2^ο

- A.** Πότε δύο γωνίες λέγονται παραπληρωματικές;
B. Πότε δύο γωνίες λέγονται συμπληρωματικές;
Γ. Πότε δύο γωνίες λέγονται κατακορυφήν; (να κάνετε και σχήμα)

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = (3^3 - 3 \cdot 5) : 2 - 2^4 + 12 : (-2) + (-2)^2 - (-1)^3$$

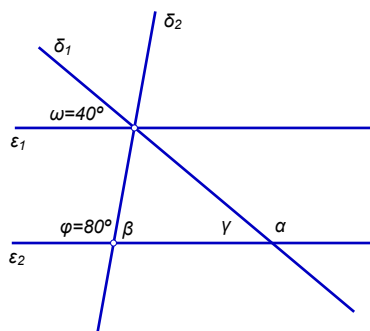
Άσκηση 2^η

Τα αγόρια ενός σχολείου είναι 270 και αποτελούν τα $\frac{3}{7}$ των μαθητών.

- A.** Πόσοι είναι όλοι οι μαθητές του σχολείου;
B. Πόσα είναι τα κορίτσια του σχολείου;
Γ. Αν τα $\frac{2}{9}$ των κοριτσιών μαθαίνουν Γερμανικά, πόσα είναι τα κορίτσια αυτά;

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα ο ευθείες ε_1 , ε_2 είναι παράλληλες που τέμνονται από τις δ_1 και δ_2 . Αν είναι $\hat{\omega} = 40^\circ$ και $\hat{\varphi} = 80^\circ$ να υπολογίσετε τις γωνίες α , β , γ και να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- A. Πότε δύο ρητοί αριθμοί λέγονται ομόσημοι και πότε ετερόσημοι;
 B. Πότε δύο ρητοί αριθμοί λέγονται αντίθετοι και πότε αντίστροφοι;
 Γ. Συμπληρώστε τις παρακάτω προτάσεις:
 α. Το γινόμενο δύο θετικών ρητών είναι ρητός.
 β. Το γινόμενο ενός θετικού και ενός αρνητικού ρητού είναι ρητός.

Θέμα 2^ο

- A. Πότε δύο γωνίες λέγονται συμπληρωματικές και πότε παραπληρωματικές ;
Να κάνετε τα αντίστοιχα σχήματα.
 B. Πότε δύο γωνίες λέγονται κατακορυφήν και πότε εφεξής ;
Να κάνετε τα αντίστοιχα σχήματα.
 Γ. Συμπληρώστε τις παρακάτω προτάσεις:
 α. Ορθή γωνία λέγεται η γωνία ...
 β. Οξεία γωνία λέγεται η γωνία

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Δίνονται οι παραστάσεις:

$$\alpha = (3 \cdot 5 - 2^3 + 7) + 2 \cdot (3^2 - 2^3) + 10^2 : 10$$

$$\beta = (3 - 2 \cdot 4) - 7 \cdot (-8 + 10 - 5)$$

- A. Να δειχθεί ότι $\alpha = 26$ και $\beta = 16$
 B. Να δειχθεί ότι $2 \cdot \alpha - 3 \cdot \beta = 4$

Άσκηση 2^η

A. Να λυθούν οι εξισώσεις:

$$3x - 7 = 14 \text{ και } \frac{3}{5}y = \frac{6}{5}$$

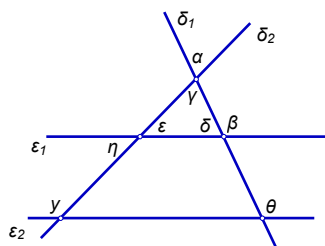
- B. Για τα x και y που βρήκατε στο προηγούμενο ερώτημα να δείξετε ότι ισχύει:
 $2x + 3y = 20$

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα οι ευθείες ε_1 και ε_2 είναι παράλληλες και οι γωνίες $\alpha = 70^\circ$ και $\beta = 115^\circ$.

Να υπολογίσετε τις γωνίες γ , δ , ε , ζ , η , θ .

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



ΘΕΩΡΙΑ**Θέμα 1^ο**

- α. Πώς συγκρίνουμε δύο ομώνυμα κλάσματα ;
- β. Πώς συγκρίνουμε δύο ετερόνυμα κλάσματα ;
- γ. Από δύο κλάσματα με τον ίδιο αριθμητή, ποιο είναι το μικρότερο ;

Θέμα 2^ο

- α. Ποιες γωνίες λέγονται παραπληρωματικές ;
- β. Ποιες γωνίες λέγονται συμπληρωματικές ;
- γ. Ποιες γωνίες λέγονται κατακορυφήν και τι σχέση έχουν μεταξύ τους ;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ**Άσκηση 1^η**

Μια βιομηχανία αναψυκτικών πρόκειται κάποια μέρα να γεμίσει με χυμό πορτοκάλι 60 φιάλες των 1,3 λίτρων η καθεμιά. Αν από 100 kg πορτοκάλια παράγονται 40 λίτρα χυμού, να υπολογίσετε πόσα kg πορτοκάλια θα χρειασθούν.

Άσκηση 2^η

Δίνονται οι αριθμοί $x = \frac{3^2 + 5^2 - 4 \cdot 6}{2^3 - 2 \cdot 3}$ $y = \frac{6(2^2 - 2)}{3^2 - 6}$

- α. Υπολογίστε τους αριθμούς x και y
- β. Υπολογίστε την τιμή της παράστασης $K = (x + y) : 0,001$

Άσκηση 3^η

Σχεδιάστε κύκλο (K , 2,5 cm) και μια επίκεντρη γωνία $AKB = 60^\circ$. Να υπολογίσετε το μήκος της χορδής AB αιτιολογώντας την απάντησή σας (δηλ. χωρίς να την μετρήσετε με χάρακα).

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- A. Τι ονομάζεται ύψος τριγώνου;
 B. Ποια είναι τα είδη τριγώνων ως προς τις γωνίες τους δίνοντας τον ορισμό και ένα σχήμα για κάθε είδος;
 Γ. Είναι δυνατόν ένα ορθογώνιο τρίγωνο να είναι ισόπλευρο και γιατί;

Θέμα 2^ο

Να συμπληρώσετε τα κενά.

- A. Ισοδύναμα κλάσματα ονομάζονται.....
 B. Από δύο κλάσματα με ίδιο αριθμητή, μεγαλύτερο είναι.....
 Γ. Να γράψετε στη σειρά από το μεγαλύτερο στο μικρότερο τα κλάσματα:

$$\frac{\kappa}{\lambda}, \frac{\kappa}{\lambda+3}, \frac{\kappa+2}{\lambda}, \text{όπου } \kappa, \lambda \text{ φυσικοί αριθμοί διάφοροι του μηδενός.}$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

- A. Να υπολογιστούν οι αριθμητικές παραστάσεις:

$$A = \frac{2}{3} - \left(3 \cdot \frac{4}{5} - \frac{3}{10} - \frac{7}{3} : \frac{7}{6} \right) + \frac{13}{30} \quad B = 16 : 2^3 - (25 - 7^2) + 4$$

- B. Είναι οι αριθμοί A, B που βρήκατε στο προηγούμενο ερώτημα πρώτοι μεταξύ τους και γιατί;

Άσκηση 2^η

Ένας μανάβης αγόρασε συνολικά 400 κιλά φρούτα. Τα $\frac{2}{5}$ αυτών είναι πορτοκάλια, το 60 %

των υπόλοιπων φρούτων είναι μήλα και όλα τα υπόλοιπα είναι αχλάδια.

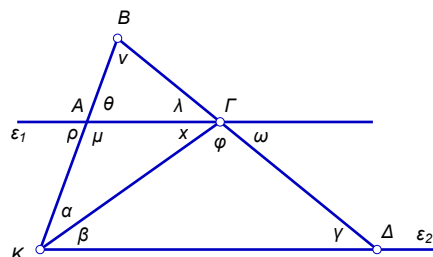
- A. Πόσο ζυγίζουν τα πορτοκάλια;
 B. Πόσο ζυγίζουν τα αχλάδια και τι μέρος των συνολικών φρούτων είναι αυτά;
 Γ. Αν έχει αγοράσει 0,4€ το κιλό τα πορτοκάλια και θέλει να έχει κέρδος 20 % από αυτά πόσο πρέπει να τα πουλήσει συνολικά;

Άσκηση 3^η

Στο παρακάτω σχήμα έχουμε $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$, ΚΓ διχοτόμος της γωνίας ΑΚΔ και ΓΚΔ ισοσκελές τρίγωνο (ΓΚ = ΓΔ).

- A. Αν $\hat{\rho} = 70^\circ$ να υπολογιστούν οι γωνίες α, β, γ και ω .
 B. Τι είδους τρίγωνο είναι το ΑΒΓ ως προς τις γωνίες του;

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

A. Πότε δύο κλάσματα λέγονται ισοδύναμα; Αν $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$, να γράψετε την ισότητα που

προκύπτει από τη σχέση αυτή.

B. Με ποιους τρόπους μπορεί να προκύψει κλάσμα ισοδύναμο με το κλάσμα $\frac{\alpha}{\beta}$;

Θέμα 2^ο

A. Ποια είναι τα είδη τριγώνων ως προς τις γωνίες και πώς ορίζονται;

B. Τι ονομάζουμε ύψος και τι διάμεσο ενός τριγώνου;

Να σχεδιάσετε τα αντίστοιχα σχήματα.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Αν $\alpha = \frac{5}{7} \cdot \left(2 - \frac{3}{5}\right) + \frac{3}{4} : \frac{6}{8}$ και $\beta = 2^4 \cdot (18,6 : 0,6 - 3^3) - 16 \cdot 0,5^2$, να βρεθεί ο x ώστε $\frac{\beta - x}{\alpha} = 1$

Άσκηση 2^η

Ένας έμπορος αγόρασε 150 κιλά αχλάδια με 1,2€ το κιλό. Του χάλασαν όμως το $\frac{1}{10}$ από τα

αχλάδια. Τα υπόλοιπα τα πούλησε με 1,8€ το κιλό. Να βρεθεί:

A. Πόσα κιλά αχλάδια χάλασαν

B. Πόσα χρήματα κέρδισε

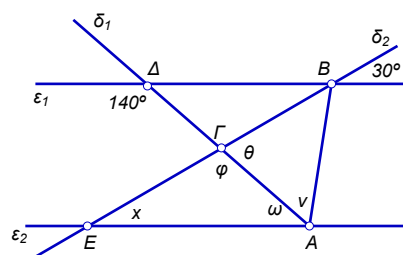
Γ. Το ποσοστό του κέρδους

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$ και το τρίγωνο

ΑΒΓ είναι ισοσκελές με $AB = AG$. Να

υπολογιστούν οι γωνίες x , y , φ , θ και ω .



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Α. Πότε δύο ποσά x και y λέγονται ανάλογα;
- Β. Τι ονομάζουμε συντελεστή αναλογίας δύο ανάλογων ποσών x και y ;
- Γ. Ποια σχέση συνδέει τα ανάλογα ποσά x και y ;
- Δ. Που βρίσκονται τα σημεία που αντιστοιχούν στα ζεύγη τιμών (x, y) δύο ανάλογων ποσών στο ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων;

Θέμα 2^ο

- Α. Πότε ένα τετράπλευρο λέγεται παραλληλόγραμμο;
- Β. Ποιες είναι οι ιδιότητες του παραλληλογράμμου;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να υπολογιστεί η παράσταση: $A = (2 \cdot 5^2 - 0,5 \cdot 8^2) : \left(0,3 + \frac{1}{2} - 0,5\right) + \left(2 + 0,2 - \frac{3}{5}\right) : \frac{\frac{1}{3}}{\frac{4}{4}}$

Άσκηση 2^η

Επιχειρηματίας αγόρασε 2.000 μετοχές μιας εταιρείας, προς 40€ την κάθε μετοχή.

- Α. Αν στο τέλος του πρώτου μήνα η μετοχή έχασε 20% της αξίας της και στο τέλος του δεύτερου μήνα κέρδισε 50% της αξίας που είχε στο τέλος του πρώτου μήνα, ποια ήταν η τιμή της μετοχής στο τέλος του δεύτερου μήνα;
- Β. Αν η τιμή της μετοχής στο τέλος του τρίτου μήνα είναι 60€, να βρεθεί:
 - α. ποιο είναι το ποσοστό κέρδους της μετοχής στο τέλος του τρίτου μήνα;
 - β. ποιο είναι το συνολικό κέρδος του επιχειρηματία από την αγορά των 2000 μετοχών;

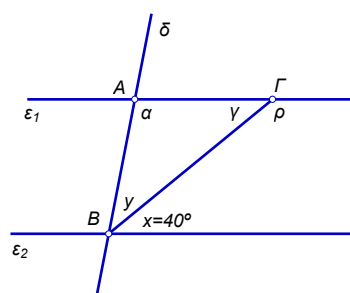
Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα έχουμε $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$ και (δ) τέμνει

αυτές στα σημεία Α, Β. Αν ΒΓ διχοτόμος της

$\widehat{ABx}$ με $\hat{x} = 40^\circ$, να υπολογιστούν οι γωνίες:

- α. $\hat{y}$, β. $\hat{\gamma}$, γ. $\hat{\alpha}$, δ. $\hat{\rho}$



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Ποιοι αριθμοί λέγονται ετερόσημοι;
- Πότε δύο αριθμοί λέγονται αντίθετοι;
- Ποιος είναι (πως συμβολίζεται) ο αντίθετος ενός αριθμού x ;

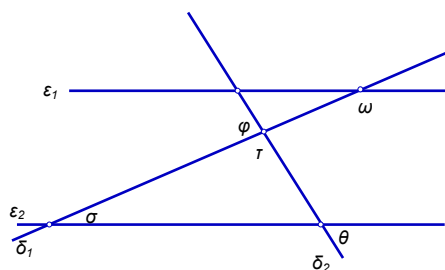
Θέμα 2^ο

- Τι λέγεται κύκλος;
- Τι λέγεται χορδή του κύκλου;
- Τι λέγεται διάμετρος του κύκλου;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Στο διπλανό σχήμα οι ευθείες ε_1 και ε_2 είναι παράλληλες και για τις γωνίες ω και θ ισχύει ότι: $\hat{\omega} = 149^\circ$ και $\hat{\theta} = 56^\circ$.
Να υπολογίσετε τις γωνίες σ , τ και φ .
(Οτι γράφετε πρέπει να είναι επαρκώς δικαιολογημένο).



Άσκηση 2^η

Τα $\frac{3}{5}$ μιας απόστασης που συνδέει δύο χωριά Α και Β είναι 108 m.

- Να βρεθεί η απόσταση που συνδέει τα δύο αυτά χωριά.
- Να βρεθούν τα $\frac{7}{9}$ της απόστασης των δύο χωριών Α και Β.

Άσκηση 2^η

$$\text{Αν } A = 5 \cdot [1 + 2 \cdot 3^2 - (10 - 8 : 2)] - 1^{20} \quad \text{και} \quad B = -\frac{1}{3} - \frac{-3}{-4} + \frac{-5}{6} + 1$$

να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων Α και Β. Στη συνέχεια να υπολογίσετε τη διαφορά $A - B$.

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

α. Πότε δύο κλάσματα $\frac{\alpha}{\beta}$ και $\frac{\gamma}{\delta}$ λέγονται ισοδύναμα;

Αν ισχύει $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$ τότε οι όροι α , β , γ και δ συνδέονται με τη σχέση.....

β. Πώς πολλαπλασιάζουμε δύο κλάσματα; (κανόνας – τύπος)

γ. Πώς διαιρούμε δύο κλάσματα; (κανόνας – τύπος)

Θέμα 2^ο

Ποιες είναι οι σχετικές θέσεις που μπορεί να έχουν σε ένα επίπεδο ένας κύκλος και μια ευθεία; Τι συνθήκη ισχύει για την απόσταση του κέντρου του κύκλου από την ευθεία σε κάθε περίπτωση; Να κάνετε σχήματα.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

α. Ένα μπουκάλι κρασί όγκου 750 ml, αναγράφει στην ετικέτα του ότι περιέχει 12% οινόπνευμα. Πόσα ml οινόπνευμα περιέχει το μπουκάλι;

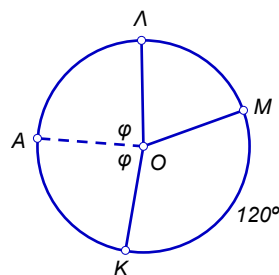
β. Σε ένα άλλο μπουκάλι διαφορετικής ποιότητας κρασιού όγκου 900ml, βρέθηκε ότι περιέχονται 126ml οινόπνευμα. Τι ποσοστό οινόπνευματος έχει το κρασί αυτό;

Άσκηση 2^η

Στο διπλανό σχήμα ΟΑ είναι διχοτόμος της επίκεντρης γωνίας ΛΟΚ και το τόξο ΛΜ είναι το $\frac{1}{5}$ του κύκλου. Να υπολογίσετε:

α. πόσες μοίρες είναι το τόξο ΛΜ

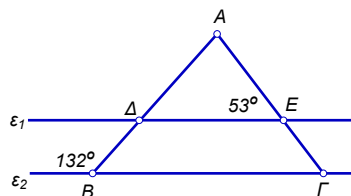
β. την καθεμία από τις επίκεντρες $\widehat{\Lambda Ο Α}$ και $\widehat{\Lambda Ο Κ}$.



Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα είναι $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$. Να

υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ. Σε κάθε περίπτωση να αιτιολογήσετε τους ισχυρισμούς σας.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Ποια κλάσματα λέγονται ομώνυμα και ποια κλάσματα λέγονται ετερόνυμα; Να γράψετε από ένα παράδειγμα αντίστοιχα.
- Ποιο κλάσμα λέγεται σύνθετο; Να γράψετε παράδειγμα.
- Πότε δύο κλάσματα λέγονται αντίστροφα; Να γράψετε παράδειγμα.

Θέμα 2^ο

- Τι λέμε κύκλο και τι λέμε κυκλικό δίσκο; Να τους σχεδιάσετε.
- Τι λέμε χορδή και τι λέμε διάμετρο ενός κύκλου;
- Ποια γωνία ονομάζουμε επίκεντρη; Να τη σχεδιάσετε.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Δίνονται οι φυσικοί αριθμοί 126, 315, 441.

- Να τους αναλύσετε σε γινόμενα πρώτων παραγόντων.
- Να βρείτε το ΜΚΔ (126, 315, 441) και το ΕΚΠ (126, 315, 441).
- Διαιρείται το ΕΚΠ (126, 315, 441) με το 3 και το 5 ταυτόχρονα και γιατί;

Άσκηση 2^η

Τα ποσά x , y του παρακάτω πίνακα είναι ανάλογα.

- Να συμπληρώσετε τις τιμές του πίνακα.
- Να βρείτε το συντελεστή αναλογίας και τη σχέση που συνδέει τα παρακάτω ποσά x , y .

x		10		20	
y	6		9	30	2,25

Άσκηση 3^η

Σε ένα τρίγωνο ΑΒΓ η γωνία Β είναι τετραπλάσια από τη γωνία Γ και η γωνία Α πενταπλάσια από τη γωνία Γ.

- Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου.
- Αν η πλευρά ΑΓ του παραπάνω τριγώνου είναι 6cm, να το σχεδιάσετε και να πείτε τι τρίγωνο είναι ως προς τις πλευρές του και τι τρίγωνο είναι ως προς τις γωνίες του.

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Τί λέγεται νιοστή δύναμη του α .
- Να γράψετε την επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση και την επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού ως προς την αφαίρεση.
- Ποιοί αριθμοί λέγονται αντίστροφοι (ορισμός και παράδειγμα)

Θέμα 2^ο

- Δώσατε τον ορισμό της ευθείας γωνίας.
- Πότε δύο γωνίες λέγονται παραπληρωματικές (ορισμός και παράδειγμα).
- Πότε δύο γωνίες λέγονται κατακορυφήν (ορισμός και σχήμα).

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων :

$$A = 3^2 - 10 \cdot (2^2 \cdot 3^2 - 6^2) + 1^{20}$$

$$B = \left(3\frac{1}{2} - 3\frac{1}{6} \right) \cdot 4 + \frac{3}{2} : \left(\frac{1}{3} - \frac{3}{12} \right)$$

$$\Gamma = \frac{A}{B}$$

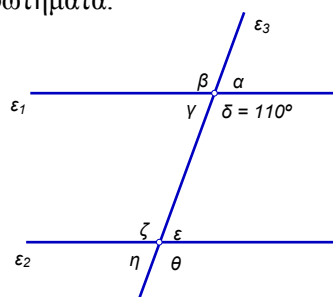
Όπου Α και Β οι τιμές που βρήκατε στα προηγούμενα ερωτήματα.

Άσκηση 2^η

Στο διπλανό σχήμα $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$ και $\delta = 110^\circ$.

Να υπολογίσετε πόσες μοίρες είναι οι υπόλοιπες γωνίες του σχήματος.

Να δικαιολογηθούν οι απαντήσεις.



Άσκηση 3^η

Ορθογωνίου παραλληλογράμμου η περίμετρος είναι 72 cm. Εάν το μήκος είναι τριπλάσιο του πλάτους βρείτε τις πλευρές και το εμβαδόν του.

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- A.** Αν είναι Δ ο διαιρετέος, δ ο διαιρέτης, π το πηλίκο και υ το υπόλοιπο να δώσετε τον ορισμό της Ευκλείδειας διαίρεσης και να γράψετε τον τύπο της.
- B.** Πότε η διαίρεση χαρακτηρίζεται τέλεια;
- Γ.** Αν a είναι φυσικός αριθμός, να γράψετε τα δυνατά υπόλοιπα της διαίρεσης $a : 3$

Θέμα 2^ο

- A.** Πότε δύο γωνίες λέγονται εφεξής; (να γίνει σχήμα)
- B.** Πότε δύο γωνίες λέγονται κατακορυφήν και ποια σχέση τις συνδέει;
- Γ.** Ποια είναι τα είδη των τριγώνων ως προς τις γωνίες τους; (ορισμοί)

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A = 8^2 - 2^3 \cdot 7 + 3^3 : 9 + 1^{15} \text{ και } B = 4 + 3 \cdot \frac{1}{3} - \left(\frac{5}{2} - \frac{1}{3} \right) : \left(1 - \frac{1}{3} \right)$$

- A.** Να βρείτε την αριθμητική τιμή του A
- B.** Να βρείτε την αριθμητική τιμή του B
- Γ.** Να βρείτε την τιμή της παράστασης $A - 4 \cdot B$

Άσκηση 2^η

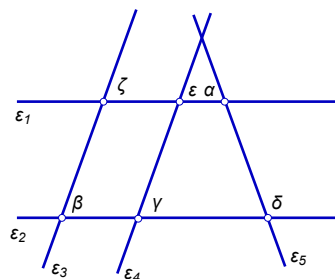
Από τους 150 μαθητές της Α' τάξης ενός Γυμνασίου, επέλεξαν για δεύτερη ξένη γλώσσα τα Γερμανικά τα $\frac{7}{10}$ των μαθητών, το $\frac{1}{5}$ των μαθητών επέλεξαν τα Γαλλικά και οι υπόλοιποι επέλεξαν τα Ιταλικά.

- A.** Πόσοι επέλεξαν τα Γερμανικά και πόσοι τα Γαλλικά;
- B.** Ποιο μέρος των μαθητών επέλεξε τα Ιταλικά;
- Γ.** Πόσοι μαθητές επέλεξαν τα Ιταλικά;

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα είναι $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$ και $\varepsilon_3 // \varepsilon_4$.

Να υπολογίσεις τις γωνίες γ , δ , ε , ζ του σχήματος, αν είναι $\alpha = \beta = 70^\circ$. Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Πότε ένα τετράπλευρο λέγεται παραλληλόγραμμο και τι γνωρίζετε για τις διαγώνιες του παραλληλογράμμου;
- Πότε ένα τετράπλευρο λέγεται ρόμβος και τι γνωρίζετε για τις διαγώνιες του ρόμβου;
- Πότε ένα τετράπλευρο λέγεται τετράγωνο και τι γνωρίζετε για τις διαγώνιες του τετραγώνου;

Θέμα 2^ο

- Πότε ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 2, πότε με το 3 και πότε με το 5;
- Πότε ένας φυσικός αριθμός λέγεται πρώτος; Να γράψετε τρεις πρώτους φυσικούς αριθμούς.
- Τι λέγεται ΕΚΠ φυσικών αριθμών;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

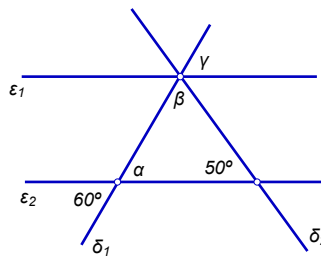
Άσκηση 1^η

Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

$$A = \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3} \right) \cdot \left(\frac{9}{10} + \frac{3}{5} \right) \quad B = \frac{5}{6} : \frac{2}{9} + \frac{5}{8} \cdot \frac{1}{3}$$

Άσκηση 2^η

Να υπολογίσετε τις γωνίες α , β , γ του διπλανού σχήματος αν είναι $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$.



Άσκηση 3^η

Να βρείτε τρεις διαδοχικούς φυσικούς αριθμούς που να έχουν άθροισμα 180.

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Α. Πότε δύο ποσά λέγονται ανάλογα;
- Β. Τι γνωρίζετε για τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax$;
- Γ. Τι γνωρίζετε για τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax + \beta$;

Θέμα 2^ο

- Α. Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα και τη σχέση που προκύπτει σε ορθογώνιο τρίγωνο ΚΛΜ, με γωνία $K = 90^\circ$. Να κάνετε το σχήμα.
- Β. Να διατυπώσετε το αντίστροφο του Πυθαγορείου Θεωρήματος.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

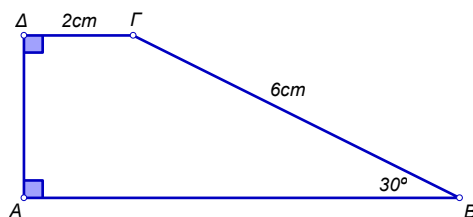
Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των ανισώσεων:

$$\frac{x}{3} - \frac{x-1}{2} \geq \frac{x-5}{6}$$

$$2(x+5) - 3(2x+1) \leq 11$$

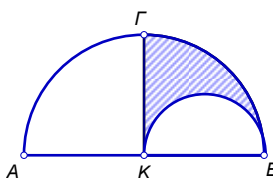
Άσκηση 2^η

Του τραπέζιου ΑΒΓΔ του διπλανού σχήματος να υπολογίσετε την περίμετρό του.



Άσκηση 3^η

Να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο του γραμμοσκιασμένου σχήματος Η διάμετρος ΑΒ είναι 8cm.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Α. Να γράψετε την ισότητα της Ευκλείδειας διαίρεσης και να ονομάσετε τις μεταβλητές που περιέχει
- Β. Όταν $v = 0$, τότε πώς λέγεται η διαίρεση;
- Γ. Όταν $\Delta = \delta$, τότε πόσο είναι το πηλίκο;

Θέμα 1^ο

- Α. Τι ονομάζεται μεσοκάθετος ευθύγραμμου τμήματος AB;
- Β. Ποια ιδιότητα έχουν τα σημεία της μεσοκαθέτου ευθυγράμμου τμήματος;
- Γ. Να σχεδιάσετε τη μεσοκάθετο ευθυγράμμου τμήματος AB με κανόνα και διαβήτη.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

♦ $A = (-2)^3 : 2 - 2^4 + (-3)^3 : 9 + [1 - (-1)^3 \cdot 2]$

♦ $B = \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3} \right) : \frac{1}{6} + \frac{3}{2}$

♦ $\Gamma = \frac{A}{B}$

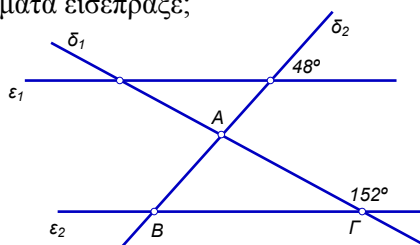
Άσκηση 2^η

Ένας ελαιοπαραγωγός μάζεψε 1680 κιλά ελιές. Υπολόγισε ότι τα 40 κιλά ελιές του αποδίδουν 5 κιλά λάδι.

- Α. Πόσα κιλά λάδι έβγαλε;
- Β. Αν κράτησε τα $\frac{2}{7}$ της ποσότητας του λαδιού για δική του χρήση και το υπόλοιπο το πούλησε προς 4 € το κιλό, πόσα χρήματα εισέπραξε;

Άσκηση 3^η

Στο παρακάτω σχήμα οι ευθείες ε_1 , ε_2 είναι παράλληλες. Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ABΓ.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

α. Πότε δυο κλάσματα λέγονται ίσα ή ισοδύναμα

β. Συμπληρώστε τα κενά $\frac{a}{a} = a$ $\frac{a}{a} = 0$ $\frac{a}{a} = 1$ (α φυσικός $\neq 0$)

γ. Να συγκρίνετε τα κλάσματα αν είναι $a < b$ και $a \neq 0$, $b \neq 0$ $\gamma \neq 0$

i. $\frac{a}{\gamma}, \frac{\beta}{\gamma}$ ii. $\frac{\gamma}{a}, \frac{\gamma}{\beta}$ iii. $\frac{a}{\beta}, \frac{\gamma}{\gamma}$

Θέμα 2^ο

A. Πότε δύο γωνίες ονομάζονται

α. Εφεξής

β. παραπληρωματικές

γ. κατακορυφήν

δ. συμπληρωματικές

B. Σχεδιάστε δύο γωνίες οι οποίες να είναι ταυτόχρονα εφεξής και παραπληρωματικές

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Δίνονται οι παραστάσεις

$$A = (3^2 \cdot 2 + 2^2 \cdot 3) : 5 + (18 : 6)^2 - (17 - 4^2) \cdot 3$$

$$B = (1 + \frac{1}{3}) : (\frac{1}{2} - \frac{1}{3})$$

Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

α. A β. B γ. $2 \cdot A - 3 \cdot B$

Άσκηση 2^η

Στον πίνακα τα ποσά x και y είναι ανάλογα

x	0.5	2		
y		4	6	2

α. Να υπολογίσετε το συντελεστή αναλογίας

β. Να γράψετε τη σχέση που συνδέει τα ποσά x και y

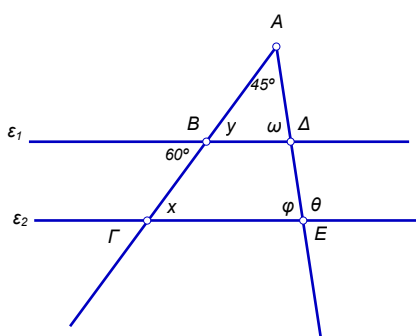
γ. Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα είναι $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$.

Να υπολογίσετε τις γωνίες χ , ψ ,

ω , ϕ , θ , δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Α. Πότε δύο κλάσματα λέγονται ίσα ή ισοδύναμα;
 Β. Πότε δύο κλάσματα λέγονται ομώνυμα και πότε ετερόνυμα;
 Γ. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες:

α. $\frac{\alpha \cdot \beta}{\gamma \cdot \beta} =$

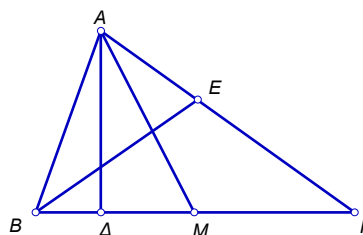
β. $\frac{\beta : x}{\gamma : x} =$

γ. $\frac{\alpha \cdot (\beta + \gamma)}{\beta \cdot (\beta + \gamma)} =$

Θέμα 2^ο

Κοίταξε προσεκτικά το διπλανό σχήμα. Να εξετάσεις με τα γεωμετρικά σου όργανα ποιο από τα παρακάτω ευθύγραμμα τμήματα ΑΔ, ΑΜ και ΒΕ είναι:

- Α. διάμεσος
 Β. ύψος
 Γ. διχοτόμος.



Να δικαιολογήσεις την απάντησή σου.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Α. Να δείξετε ότι: $1^7 - \frac{4}{7} \cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{5} \right) = \frac{4}{5}$

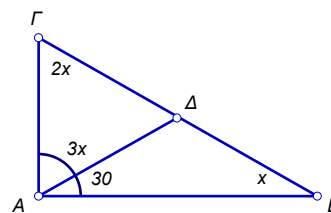
Β. Να δείξετε ότι: $(7 - 3^2 + 4) : (2^3 - 2^2 + 6 : 3) = \frac{1}{3}$

Γ. Να βρείτε ένα κλάσμα ανάμεσα στα $\frac{4}{5}$ και $\frac{1}{3}$

Άσκηση 2^η

Στο διπλανό τρίγωνο ΑΒΓ είναι $\hat{B} = x$, $\hat{\Gamma} = 2x$ και $\hat{A} = 3x$.

- Α. Να υπολογίσετε το x
 Β. Να δικαιολογήσετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο
 Γ. Αν ισχύει $\widehat{\Delta AB} = 30^\circ$, να δικαιολογήσετε ότι το τρίγωνο



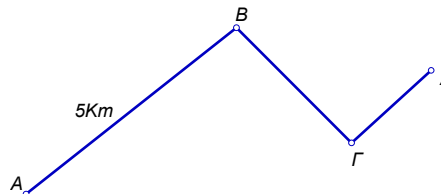
ΑΒΔ είναι ισοσκελές και το τρίγωνο ΑΓΔ είναι ισόπλευρο.

Άσκηση 3^η

Στη διαδρομή ΑΒ + ΒΓ + ΓΔ δίνεται ότι

$AB = 5\text{km}$, $B\Gamma = \frac{3}{5} AB$ και ότι η ΓΔ

είναι τα 40 % της ΑΒ.



- Α. Να βρείτε το μήκος της διαδρομής ΑΒ + ΒΓ + ΓΔ
 Β. Αν κάποιος κάνει το 60 % της διαδρομής ΑΒ + ΒΓ + ΓΔ ξεκινώντας από το Α, να σημειώσετε στη διαδρομή επάνω το σημείο στο οποίο θα φτάσει.

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

α. Να δώσετε τον ορισμό της Ευκλείδειας Διαίρεσης και της Τέλειας Διαίρεσης δύο φυσικών αριθμών.

β. Η ισότητα $183 = 12 \cdot 14 + 15$ αποτελεί Ευκλείδεια Διαίρεση; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

Θέμα 2^ο

α. Τι ονομάζεται διάμεσος τριγώνου;

β. Τι ονομάζεται μεσοκάθετος ευθυγράμμου τμήματος AB;

γ. Τι ονομάζεται ύψος τριγώνου;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να υπολογίσετε εφαρμόζοντας την προτεραιότητα των πράξεων τις παραστάσεις:

$$A = (3^2 \cdot 2 + 2^2 \cdot 3) : 5 + (18 : 6)^2 - (17 - 4^2) \cdot 3 \quad \text{και} \quad B = \left(1 + \frac{1}{3}\right) : \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)$$

Άσκηση 2^η

α. Να λυθούν οι εξισώσεις:

$$\frac{x+16}{20} = 1 \quad \text{και} \quad x-2 = 6$$

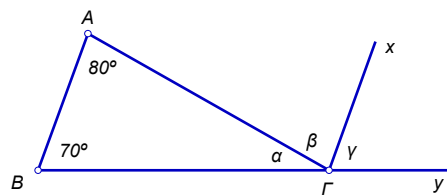
β. Να εξετάσετε αν η λύση της δεύτερης εξίσωσης είναι και λύση της εξίσωσης:

$$\frac{x}{5} = \frac{40}{25}$$

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα είναι $AB \parallel \Gamma x$, $\hat{A} = 80^\circ$,

$\hat{B} = 70^\circ$. Να υπολογιστούν οι γωνίες α , β , γ .



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- α. Τι λέγεται κύκλος (ορισμός, σχήμα)
- β. Τι λέγεται χορδή του κύκλου (ορισμός, σχήμα)
- γ. Τι λέγεται διάμετρος του κύκλου (ορισμός, σχήμα)

Θέμα 2^ο

- α. Πότε δύο κλάσματα λέγονται ετερόνυμα (ορισμός, παράδειγμα)
- β. Πώς βρίσκουμε το γινόμενο δύο κλασμάτων (ορισμός, παράδειγμα)
- γ. Πότε δύο κλάσματα λέγονται αντίστροφα; (ορισμός, παράδειγμα)

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να υπολογιστεί η τιμή της αριθμητικής παράστασης:

$$3500 : 10 - 12 : (3^2 - 2 \cdot 3) - 2^3 \cdot 5 - 1^9 \cdot 3 + (6 + 4)^2 \cdot 2 =$$

Άσκηση 2^η

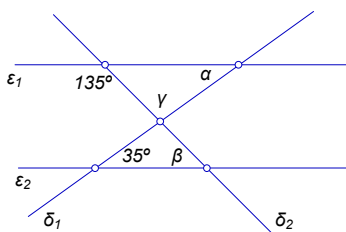
Ένα αυτοκίνητο έχει τιμή πώλησης 12000 €. Τον Ιανουάριο η αντιπροσωπεία κάνει αύξηση 10%. Το Φεβρουάριο κάνει έκπτωση 5%.

- α. Ποια η τιμή του αυτοκινήτου τον Ιανουάριο.
- β. Ποια η τιμή του αυτοκινήτου το Φεβρουάριο;

Άσκηση 3^η

Στο σχήμα οι ευθείες (ε_1) και (ε_2) είναι παράλληλες και τέμνονται από τις ευθείες (δ_1) και (δ_2).

Να υπολογίσετε τις γωνίες α , β , γ .



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Α. Ποιες είναι οι ιδιότητες του πολλαπλασιασμού φυσικών αριθμών; (όνομα, τύπος)
- Β. Να διατυπώσετε την επιμεριστική ιδιότητα ως προς την πρόσθεση και ως προς την αφαίρεση φυσικών αριθμών
- Γ. Να συμπληρώσετε τις ισότητες:
- α. $a^1 = \dots$
- β. $a \cdot a = \dots$
- γ. $a + a = \dots$

Θέμα 2^ο

- Α. Τι λέγεται μεσοκάθετος ενός ευθύγραμμου τμήματος;
- Β. Ποια ιδιότητα έχουν τα σημεία της μεσοκαθέτου ενός ευθύγραμμου τμήματος;
- Γ. Να σχεδιάσετε τη μεσοκάθετο ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ με κανόνα και διαβήτη.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να υπολογίσετε τις παρακάτω παραστάσεις:

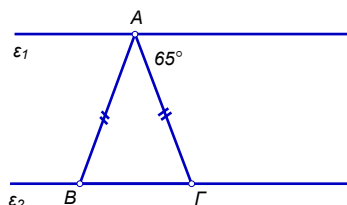
Α. $2^2(7-4) + 3^3(12-2^2) =$

Β. $(3^3 - 4 \cdot 3) : 3 =$

Γ. $2 \cdot 5^2 + 2^3 - (4+2)^2 =$

Άσκηση 2^η

Στο διπλανό σχήμα έχουμε ένα ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ μέσα σε δύο παράλληλες ευθείες ε_1 και ε_2 . Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου, χωρίς να χρησιμοποιήσετε μοιρογνωμόνιο.



Άσκηση 3^η

Να αντιστοιχίσετε κάθε πράξη της πρώτης στήλης με το αποτέλεσμα της στη δεύτερη στήλη:

ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
1. $\frac{3}{2} - 1$	Α. $\frac{1}{15}$
2. $\frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9}$	Β. $\frac{2}{2}$
3. $\frac{7}{2} + \frac{4}{12}$	Γ. $\frac{1}{4}$
4. $\frac{5}{8} : \frac{10}{4}$	Δ. $\frac{11}{14}$
	Ε. $\frac{23}{6}$
	ΣΤ. $\frac{1}{2}$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- A. Πότε ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 2, πότε με το 3 και πότε με το 5;
 B. Πότε ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 2 και με το 5 συγχρόνως;
 Γ. Να συμπληρώσετε τον τετραπλήσιο αριθμό 327... ώστε να διαιρείται συγχρόνως με 2 και 3. (Να βρείτε όλες τις περιπτώσεις)

Θέμα 2^ο

- A. Να γράψετε τα είδη τριγώνων ως προς τις πλευρές και ως προς τις γωνίες τους.
 B. Πότε δύο γωνίες λέγονται κατακορυφήν και πότε εφεξής;
 Γ. Δύο κατακορυφήν γωνίες μπορεί να είναι και εφεξής;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Αν $\alpha = 8 - 2 \cdot (2^3 - 2 \cdot 3)$, $\beta = (13, 32 - 4, 82) : 2 - 1, 25$ και $\gamma = \frac{8}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4} - \frac{1}{2}$,

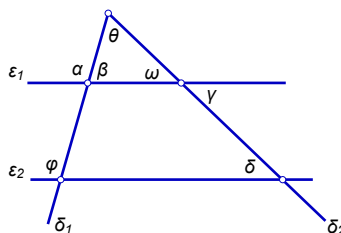
να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $A = \alpha^3 - \gamma^2 - \beta : 3$

Άσκηση 2^η

Στο διπλανό σχήμα είναι:

$$\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2, \hat{\varphi} = 106^\circ \text{ και } \hat{\theta} = 62^\circ.$$

Να υπολογίσετε τις γωνίες α , β , γ , δ , ω



Άσκηση 3^η

Αγοράσαμε μια τηλεόραση που είχε αρχική τιμή 450€ χωρίς το ΦΠΑ 19 %. Δώσαμε προκαταβολή το 40 % της αρχικής τιμής και ολόκληρο το ποσό του ΦΠΑ και συμφωνήσαμε να πληρώσουμε το υπόλοιπο ποσό σε 4 άτοκες, ισόποσες, μηνιαίες δόσεις. Να βρείτε:

- A. Πόσο κόστισε η τηλεόραση;
 B. Πόσο δώσαμε προκαταβολή;
 Γ. Πόσο είναι το ποσό κάθε δόσης;

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- α. Ποιος αριθμός λέγεται πρώτος; Γράψτε 2 πρώτους αριθμούς
β. Τι είναι το ΕΚΠ και τι ο ΜΚΔ δύο αριθμών;

Θέμα 2^ο

Ποιες γωνίες ονομάζονται:

- α. εφεξής
β. παραπληρωματικές
γ. συμπληρωματικές
δ. κατακορυφήν (να γίνει σχήμα)

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

$$\text{Αν } A = 10 + (-12) : (-3) + (-5) \cdot (+2)$$

$$B = (-3)^2 + 2 \cdot (-14 + 3 \cdot 4)^3 + (-1)^{50}$$

Να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης $\Gamma = 2 - A + B$

Άσκηση 2^η

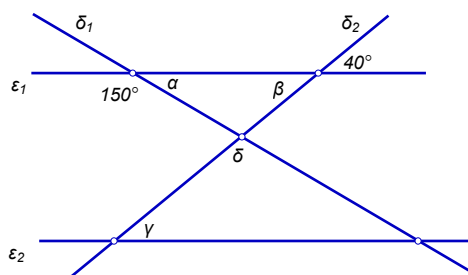
Η Μαρία αγόρασε $\frac{3}{4}$ του μέτρου ύφασμα και πλήρωσε 24 €.

- α. Πόσο κοστίζει το ένα μέτρο από αυτό το ύφασμα;
β. Πόσο θα πληρώσει αν αγοράσει $\frac{5}{4}$ του μέτρου από το ίδιο ύφασμα;

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα είναι $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$.

Να υπολογιστούν οι γωνίες α, β, γ, δ. Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- α. Πως συγκρίνουμε δύο ομώνυμα κλάσματα και πως δύο ετερόνυμα;
- β. Πως προσθέτουμε ομώνυμα κλάσματα;
- γ. Ποιοι λέγονται αντίστροφοι αριθμοί; (παράδειγμα)

Θέμα 2^ο

- α. Πότε δύο γωνίες ονομάζονται εφεξής ;
- β. Πότε δύο γωνίες ονομάζονται κατακορυφήν ;
- γ. Πότε δύο γωνίες ονομάζονται παραπληρωματικές;

Να δώσετε ένα παράδειγμα (με σχήμα) σε κάθε μία περίπτωση

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να υπολογιστεί η τιμή της παρακάτω αριθμητικής παράστασης:

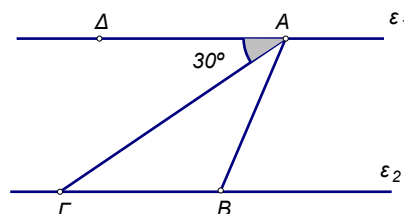
$$5 \cdot 2^3 (4 + 3^2 \cdot 2) - 9 \cdot (14 - 2 \cdot 6)^2 - 6 \cdot (2^2 - 9) =$$

Άσκηση 2^η

Μία νοικοκυρά αγόρασε $\frac{3}{4}$ του κιλού κιμά προς 6 € το κιλό και $\frac{7}{10}$ του κιλού καφέ προς 8,5 € το κιλό. Έδωσε στο ταμείο ένα χαρτονόμισμα των 20 €. Πόσα ρέστα θα πάρει;

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα είναι $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$. Αν η ΑΓ είναι διχοτόμος της γωνίας ΔΑΒ, να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Α. Ποια είναι τα πολλαπλάσια ενός φυσικού αριθμού a
- Β. Πότε ένας φυσικός αριθμός λέγεται πρώτος και πότε σύνθετος
- Γ. Πότε ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 3 ή το 9

Θέμα 2^ο

- Α. Πότε δύο γωνίες ονομάζονται εφεξής και να κάνετε το σχήμα.
- Β. Πότε δύο γωνίες ονομάζονται συμπληρωματικές
- Γ. Να σχεδιάσετε δύο εφεξής και συμπληρωματικές γωνίες

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

$$A = 3 \cdot 2^3 - 2 \cdot 5 - 3^2 + 3^3 : (15 - 3 \cdot 4)^3 \text{ και}$$

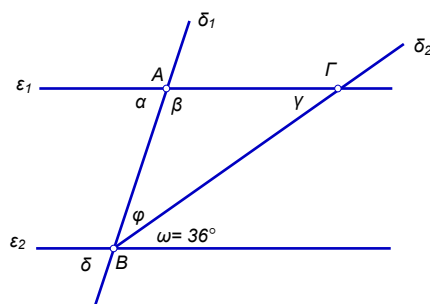
$$B = 1\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4} - \frac{5}{6} \right) + \frac{1}{8} : \frac{3}{13}$$

Άσκηση 2^η

Τρία αδέρφια μοίρασαν την περιουσία που κληρονόμησαν ως εξής: Ο πρώτος πήρε τα $\frac{2}{5}$, ο δεύτερος τα $\frac{3}{8}$ και ο τρίτος το υπόλοιπο. Να βρείτε ποιο μέρος της περιουσίας πήρε ο τρίτος και πόσα χρήματα ο καθένας αν η περιουσία ήταν 40.000 €.

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα οι ευθείες ε_1 και ε_2 είναι παράλληλες, η ημιευθεία $B\delta_2$ είναι διχοτόμος της γωνίας $B = \hat{\omega} + \hat{\phi}$ και η γωνία $\omega = 36^\circ$. Να φτιάξετε το σχήμα στην κόλα σας (με τη χρήση γεωμετρικών οργάνων), να υπολογίσετε τις γωνίες φ , α , β , γ , δ και να δικαιολογείτε την απάντηση (όχι μοιρογνωμόνιο). Τι είδος είναι το τρίγωνο $AB\Gamma$;



ΘΕΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ 1^ο

- Α. Πότε ένας αριθμός λέγεται πρώτος;
 Β. Πότε ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 3;
 Γ. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με την ένδειξη Σ αν είναι σωστές ή με την ένδειξη Λ αν είναι λανθασμένες.
 i. Οι αριθμοί 8 και 15 είναι πρώτοι μεταξύ τους.
 ii. Η ισότητα $58 = 6 \cdot 7 + 16$ παριστάνει ευκλείδεια διαίρεση.
 iii. Ο αριθμός 2 είναι σύνθετος αριθμός.
 iv. Ο διαιρέτης μιας διαίρεσης δε μπορεί να είναι το 0.

ΘΕΜΑ 2^ο

- Α. Πότε δύο γωνίες λέγονται εφεξής;
 Β. Πότε δύο γωνίες λέγονται παραπληρωματικές;
 Γ. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με την ένδειξη Σ αν είναι σωστές ή με την ένδειξη Λ αν είναι λανθασμένες.
 i. Κατακορυφήν γωνίες λέγονται δύο γωνίες που έχουν άθροισμα 90°
 ii. Διάμετρος του κύκλου είναι η χορδή που διέρχεται από το κέντρο του.
 iii. Μια γωνία μεγαλύτερη από 180° ονομάζεται κυρτή
 iv. Η παραπληρωματική μιας ορθής γωνίας είναι αμβλεία γωνία.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Τρία αδέρφια κληρονόμησαν ένα οικοπέδο σχήματος ορθογωνίου παραλληλογράμμου διαστάσεων 32m, 140m. Ο α' αδελφός κληρονόμησε τα $\frac{2}{7}$ ο β' αδελφός το 25% του οικοπέδου και ο γ' αδελφός το υπόλοιπο μέρος του οικοπέδου.

- α. Να βρείτε το εμβαδόν του οικοπέδου και πόσα m^2 πήρε ο κάθε αδελφός.
 β. Αν ο β' αδελφός πούλησε το μερίδιό του προς 23.000€ το στρέμμα, να βρείτε πόσα χρήματα εισέπραξε.

Άσκηση 2^η

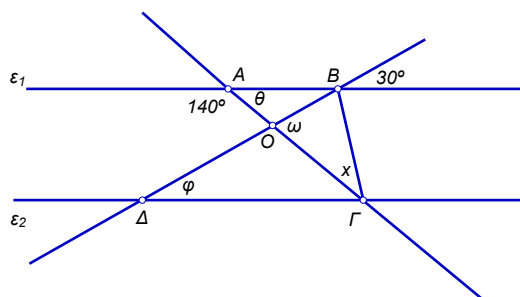
Δίνονται οι παραστάσεις: $A = \left(2 - \frac{1}{3}\right) : \frac{5}{3} + \left(\frac{12}{10} - \frac{3}{5}\right) \cdot \frac{\frac{1}{3}}{\frac{3}{4}}$ $B = \frac{3 \cdot (6^2 - 5 \cdot 7)^{2009}}{(2 \cdot 3^2 - 4^2)^2 : 2}$

- α. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις Α και Β.
 β. Να συγκρίνετε τις τιμές των παραστάσεων Α και Β.
 γ. Να βρείτε ένα κλάσμα μεταξύ των τιμών των παραστάσεων Α και Β.

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα δίνονται $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$ και $GO = GB$.

- α. Να υπολογιστούν οι γωνίες θ , ω , x , και φ .
 β. Να χαρακτηριστεί το τρίγωνο ΟΔΓ ως προς τις γωνίες του.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- A.** Πότε μια διαίρεση λέγεται Ευκλείδεια;
(να γραφτεί ο κανόνας και ο αντίστοιχος τύπος)
- B.** Πότε δύο αριθμοί λέγονται πρώτοι και πότε σύνθετοι;
(να γραφτεί παράδειγμα ενός πρώτου και ενός σύνθετου αριθμού)
- Γ.** Να σημειώσετε ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές (Σ) και ποιες λάθος (Λ)
- α.** Όταν ο διαιρέτης είναι 0, $\delta = 0$, τότε το πηλίκο είναι 0, $\pi = 0$.
- β.** Όταν ο διαιρετέος είναι 0, $\Delta = 0$, η διαίρεση δεν γίνεται.
- γ.** Το υπόλοιπο μιας διαίρεσης με το 3 μπορεί να είναι 1.
- δ.** Ο αριθμός 13 είναι σύνθετος.

Θέμα 2^ο

- A.** Ποια γωνία λέγεται επίκεντρη και τι σχέση έχει με το αντίστοιχο τόξο της;
(να γίνει και σχήμα)
- B.** Να δώσετε τους ορισμούς:
- α.** παράλληλες ευθείες
- β.** κάθετες ευθείες
(να κάνετε και τα σχήματα)
- Γ.** Να σημειώσετε ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές (Σ) και ποιες λάθος (Λ):
- α.** Από ένα σημείο εκτός ευθείας (ε), μπορούμε να φέρουμε δύο διαφορετικές κάθετες ευθείες στην (ε).
- β.** Αν μία γωνία είναι οξεία, η συμπληρωματική της είναι οξεία.
- γ.** Οξυγώνιο λέγεται το τρίγωνο που έχει μία γωνία οξεία.
- δ.** Αν δύο γωνίες έχουν κοινή κορυφή, λέγονται κατακορυφήν.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Δίνονται οι αριθμοί:

$$x = \frac{(-2)^3 + 8 \cdot (-3)}{(-3)^2 + (-4 + 3)} \text{ και}$$

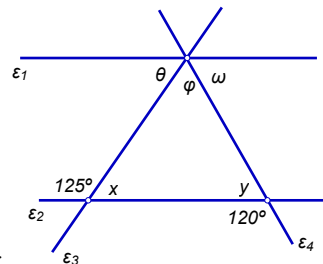
$$y = \frac{-2 \cdot (-3 + 4)}{(-1)^2 - 2}$$

- A.** Να υπολογίσετε τους αριθμούς x και y
Αφού αντικαταστήσετε στο x και στο y, τις τιμές που βρήκατε στο ερώτημα A, να απαντήσετε στα παρακάτω ερωτήματα:

- α.** Να βρείτε τον αντίθετο του x και τον αντίστροφο του y

- β.** Να υπολογίσετε την παράσταση: $\frac{1}{x} - \frac{3}{y}$

- γ.** Να υπολογίσετε την παράσταση: $\frac{x+2}{1} : \frac{x}{3}$
 $y - 4$



Άσκηση 2^η

Στο διπλανό σχήμα οι ευθείες (ε₁) και (ε₂) είναι παράλληλες. Να υπολογιστούν οι γωνίες x, y, φ, ω και θ.

Άσκηση 3^η

Ένα χάρτινο κουτί έχει σχήμα ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου και είναι γεμάτο χυμό πορτοκάλι. Έχει μήκος 15cm, πλάτος 85mm και ύψος 20cm. Να υπολογίσετε:

- α.** πόσα cm³ χυμό περιέχει το κουτί,
- β.** πόσα lt χυμό περιέχει το κουτί,
- γ.** από το κουτί γεμίσαμε 3 ποτήρια χυμό που το καθένα χωράει 0,15 lt χυμό. Πόσα lt χυμός έχει μείνει στο κουτί;

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

Να γράψετε πότε δύο γωνίες λέγονται εφεξής ,πότε λέγονται παραπληρωματικές και πότε κατακορυφήν; Να σχεδιάσετε:

- τρεις διαδοχικές γωνίες και
- δύο εφεξής και παραπληρωματικές γωνίες.

Θέμα 2^ο

Έστω α, β ρητοί αριθμοί και μ, ν ακέραιοι.

- Να συμπληρώσετε τις ισότητες:

$$\alpha^\mu \cdot \alpha^\nu = \dots, \quad \alpha^\nu \cdot \beta^\nu = \dots, \quad (\alpha \cdot \beta)^\nu = \dots, \quad \alpha^0 = \dots, \quad \alpha^1 = \dots,$$

$$\alpha^{-\nu} = \dots, \quad (\alpha^\mu)^\nu = \dots, \quad \alpha^\mu : \alpha^\nu = \dots$$

- Αν ισχύει ότι $(\alpha^\mu)^\nu = 1$ τότε ποιες τιμές μπορούν να πάρουν οι αριθμοί μ και ν

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Αν $y = 4,95 \cdot 78,8 + 4,95 \cdot 10,9 + 4,95 \cdot 10,3$ (Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή του y με τη χρήση της επιμεριστικής ιδιότητας) και x είναι η λύση της εξίσωσης $\frac{3x-15}{4} = 0$, τότε να μετατ-

ρέψετε το σύνθετο κλάσμα $\frac{\frac{y}{x}}{\frac{63}{7}}$ σε απλό

Άσκηση 2^η

Από την κορυφή Α τυχαίου τριγώνου ΑΒΓ φέρνουμε το ύψος ΑΔ και από την κορυφή Γ φέρνουμε ημιευθεία Γχ παράλληλη προς την ΑΒ όπως φαίνεται στο σχήμα. Αν είναι η γωνία ΒΑΔ = 31° και η γωνία ΑΓχ = 74° να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ.

Άσκηση 3^η

Αν είναι:

$$x = (+1) + (-7) + (+8), \quad y = -(-3)^2 + \left(-\frac{1}{4}\right)^{-2}, \quad \left(+\frac{2}{7}\right), \quad \omega \text{ ο αντίθετος του } x,$$

$$z = (-7) \cdot (-10) \cdot \left(+\frac{2}{7}\right) \cdot \left(+\frac{4}{5}\right) \cdot (-0,25) \text{ και } \kappa = (-6) - (-12) - (+5)$$

να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης:

$$A = \chi + \psi + \omega - z - \kappa^{2009}.$$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- α. Τι εκφράζει η απόλυτη τιμή ενός ρητού αριθμού a και πως συμβολίζεται
- β. Πότε δύο αριθμοί ονομάζονται αντίθετοι; Δώστε ένα παράδειγμα.
Αν x είναι ένας αριθμός, με τον $-x$ τι συμβολίζουμε;
- γ. Επιλέξτε αν είναι σωστές ή λάθος οι παρακάτω προτάσεις:
- i. Ο $-x$ είναι πάντα ένας αρνητικός αριθμός. Σ Λ
- ii. Η απόλυτη τιμή ενός θετικού αριθμού είναι θετικός αριθμός και η απόλυτη τιμή ενός αρνητικού αριθμού είναι επίσης θετικός αριθμός. Σ Λ

Θέμα 2^ο

- α. Πότε δύο γωνίες ονομάζονται παραπληρωματικές και πότε συμπληρωματικές;
- β. Πότε δύο γωνίες ονομάζονται κατακορυφήν;
- γ. Επιλέξτε αν είναι σωστές ή λάθος οι παρακάτω προτάσεις:
- i. Δύο συμπληρωματικές γωνίες ποτέ δεν είναι ίσες. Σ Λ
- ii. Η παραπληρωματική μιας ορθής γωνίας είναι μια ορθή γωνία. Σ Λ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ στο οποίο η γωνία Γ είναι τετραπλάσια της γωνίας Β, ενώ η γωνία Α είναι μεγαλύτερη της γωνίας Β κατά 36° . Να βρεθούν οι γωνίες του τριγώνου

Άσκηση 2^η

Δίνεται η παράσταση $A = x^2(3^2 + 32 : 2^3 + y : 2^1) - 5 \cdot \omega^2$.

- α. Να υπολογίσετε τα x , y και ω όταν:
- $$x = (2^3 + 2^1) : 2, \quad y = 3 \cdot 2 + 5 \cdot 2 - 2 \quad \text{και} \quad \omega = (7^2 + 1^{15}) : 5$$
- β. Στην συνέχεια να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης Α αφού αντικαταστήσετε πρώτα τις τιμές που βρήκατε από το ερώτημα α. για τους αγνώστους x , y και ω .

Άσκηση 3^η

Τρεις γιοι και δύο κόρες κληρονόμησαν τα $\frac{2}{3}$ της περιουσίας του πατέρα τους. Το υπόλοιπο

της περιουσίας μοιράστηκε εξίσου έτσι ώστε το ένα μέρος να το πάρει η εκκλησία και το άλλο ένα ορφανοτροφείο. Αν το ορφανοτροφείο έλαβε 15.000 €,

- α. να υπολογισθεί η περιουσία του πατέρα,
- β. τι ποσό πήρε το κάθε παιδί λαμβάνοντας υπ' όψη ότι η μοιρασιά έγινε έτσι ώστε και τα πέντε παιδιά να πάρουν το ίδιο ποσό;

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Πώς πολλαπλασιάζουμε δύο ομόσημους ρητούς αριθμούς και πώς δύο ετερόσημους ρητούς αριθμούς;
- Ποιες ιδιότητες ισχύουν στον πολλαπλασιασμό;
- Πότε δύο ρητοί αριθμοί α , β λέγονται αντίστροφοι;

Θέμα 2^ο

- Τι ονομάζεται κύκλος με κέντρο O και ακτίνα ρ και τι ονομάζεται κυκλικός δίσκος;
- Τι ονομάζεται χορδή ενός κύκλου, τι ονομάζεται ακτίνα και τι ονομάζεται διάμετρος; (Να κάνετε ένα σχήμα)
- Τι ονομάζεται επίκεντρη γωνία κύκλου (O, ρ); (Να κάνετε ένα σχήμα)

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να υπολογίσετε τις τιμές των παρακάτω αριθμητικών παραστάσεων και κατόπιν να συγκρίνετε τα αποτελέσματα:

$$A = (3^2 \cdot 4 - 4 \cdot 5) : 4 - (3^2 - 2^2) : 5 + 3 \cdot (9^2 - 71)$$

$$B = \left(3 + \frac{1}{2} \right) : \frac{1}{4} + \frac{7}{3} \cdot \frac{5}{2} - \left(\frac{3}{4} : \frac{1}{2} \right)$$

Άσκηση 2^η

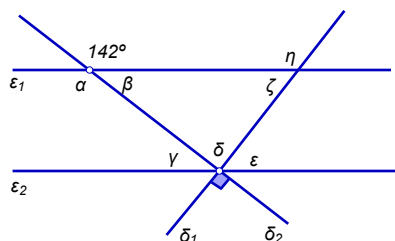
Τα αγόρια ενός σχολείου είναι 270 και αποτελούν τα $\frac{3}{7}$ των μαθητών.

- Πόσοι είναι όλοι οι μαθητές του σχολείου;
- Πόσα είναι τα κορίτσια;
- Αν τα $\frac{2}{9}$ των κοριτσιών μαθαίνουν Γερμανικά, πόσα κορίτσια είναι αυτά;

Άσκηση 3^η

Αν στο παρακάτω σχήμα οι ευθείες ε_1 και ε_2 είναι παράλληλες, να υπολογίσετε τις γωνίες α , β , γ , δ , ε , ζ , η :

(Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας)



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Α. Ποιες γωνίες λέγονται συμπληρωματικές;
- Β. Ποιες γωνίες λέγονται εφεξής;
- Γ. Πόσες μοίρες είναι μία ευθεία γωνία και πόσες μία πλήρης;

Να σχεδιάσετε μία γωνία από κάθε περίπτωση

Θέμα 2^ο

- Α. Ποιοι αριθμοί λέγονται αντίθετοι;
- Β. Να συμπληρωθούν τα κενά στις παρακάτω προτάσεις με την κατάλληλη λέξη:
 - α. Από δύο αρνητικούς αριθμούς μεγαλύτερος είναι εκείνος που έχει την απόλυτη τιμή
 - β. Το γινόμενο δύο αριθμών με διαφορετικό πρόσημο είναι πάντα.....αριθμός
 - γ. Όταν προσθέτουμε ομόσημους αριθμούς το πρόσημο του αθροίσματος είναι με το πρόσημο των αριθμών
 - δ. Δύο αντίστροφοι αριθμοί έχουν.....πρόσημο
- Γ. Να χαρακτηριστούν οι παρακάτω προτάσεις ως: « σωστή » ή « λάθος ».
 - α. Η απόλυτη τιμή ενός αριθμού είναι πάντα θετικός αριθμός
 - β. Αν ένα γινόμενο ισούται με μηδέν τότε όλοι οι παράγοντές του είναι θετικοί αριθμοί
 - γ. Δύο αριθμοί που έχουν ίδιο πρόσημο λέγονται ετερόσημοι
 - δ. Δεν μπορούμε να κάνουμε διαίρεση με διαιρέτη το μηδέν

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να βρεθεί η τιμή της παρακάτω παραστάσεως:

$$A = \left(2^3 - \frac{1}{2} \right) \cdot \frac{3}{5} - \frac{7}{8} : \frac{5}{12} + 1^5$$

Άσκηση 2^η

Ο Μάρκος θέλησε να αγοράσει ένα ηχοσύστημα για το αυτοκίνητό του αξίας 450 €. Με την έκπτωση που του έκαναν το αγόρασε τελικά 360€.

- Α. Πόσο % στην αξία του ηχοσυστήματος ήταν η έκπτωση;
- Μετά από λίγες μέρες ξαναπέρασε από το μαγαζί που είχε αγοράσει το ηχοσύστημα και είδε ότι πούλαγαν τα ηχοσυστήματα με επιπλέον έκπτωση 15 %.
- Β. Ποια είναι η νέα τιμή πώλησεως του ηχοσυστήματος του Μάρκου αν η έκπτωση 15% έγινε στην τιμή που το αγόρασε;

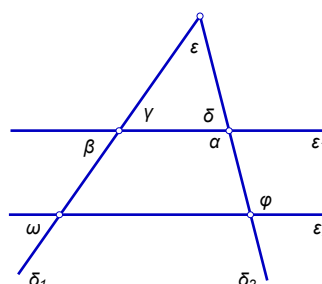
Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα είναι $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$. Δίνονται:

$\hat{\varphi} = 104^\circ$ και $\hat{\omega} = 55^\circ$. Να υπολογίσετε τις

γωνίες α, β, γ, δ και ε του σχήματος.

Δικαιολογήστε την απάντησή σας.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Αν Δ ο διαιρετέος, δ ο διαιρέτης, π το πηλίκο και υ το υπόλοιπο, να γράψετε με τα σύμβολα αυτά τον τύπο της Ευκλείδειας διαίρεσης. Πότε μια διαίρεση είναι τέλεια;
- Ποιοι αριθμοί ονομάζονται πρώτοι και ποιοι σύνθετοι; Γράψτε από ένα παράδειγμα.
- Αν α και β είναι σύνθετοι αριθμοί είναι δυνατόν να ισχύει Μ. Κ. Δ. $(\alpha, \beta) = 1$ ή όχι; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας δίνοντας ένα παράδειγμα.

Θέμα 2^ο

- Πότε δύο γωνίες ονομάζονται: εφεξής, τότε παραπληρωματικές και πότε κατακορυφήν; Να κάνετε και τα αντίστοιχα σχήματα.
- Μία ορθή γωνία και η κατακορυφήν της είναι παραπληρωματικές;
- Δύο γωνίες που είναι ίσες είναι κατακορυφήν;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

$$\text{Αν } A = 3^3 \cdot \frac{2}{9} - \frac{2}{5} \left(3 - \frac{1}{2} \right) + \frac{2}{\frac{3}{5}} \quad \text{και}$$

$$B = 2^3 \cdot (3^2 - 2^3) : (2^2 - 2) + 1^{2007} - (5^2 - 2^2 \cdot 5) + 1$$

Να υπολογιστεί το A, το B και να λυθεί η εξίσωση $Ax = B$

Άσκηση 2^η

Σε ένα Γυμνάσιο φοιτούν 360 μαθητές. Το $\frac{1}{3}$ από αυτούς φοιτά στη Β' τάξη και το 55% των υπολοίπων στην Α' τάξη. Να υπολογίσετε τον αριθμό των μαθητών κάθε τάξης και μετά το ποσοστό των μαθητών της Γ' τάξης επί του συνόλου των μαθητών.

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο ABΓ είναι ισοσκελές με $AB = AG$. Η ευθεία $x'x$ είναι παράλληλη προς τη ΒΓ και η γωνία $\varphi = 32^\circ$. Να υπολογίσετε τις γωνίες που είναι σημειωμένες στο σχήμα με αλφαβητική σειρά $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon$, δικαιολογώντας κάθε συλλογισμό σας.

