MAURICE FRÉCHET

Note sur les classes complètes

Annales scientifiques de l'É.N.S. 3e série, tome 41 (1924), p. 143-144
<http://www.numdam.org/item?id=ASENS_1924_3_41__143_0>

NOTE SUR LES CLASSES COMPLÈTES

PAR M. MAURICE FRÉCHET

1° *Existence de classes* ($\mathcal{D}$) *non complètes.* — Dans mon mémoire « Sur les ensembles abstraits » publié dans le volume 38, 1921, de ce périodique, j'avais posé à la page 341 la question suivante : Existe-t-il des classes ($\mathcal{D}$) non complètes? Dès le mois d'avril 1922, M. le Professeur Chittenden a bien voulu me communiquer un exemple d'une telle classe. On lira plus loin une traduction d'un extrait de la lettre où il établissait un théorème général d'où découle aisément l'existence annoncée ([1]). D'ailleurs, M. le Professeur Sierpinski arrivait directement au même exemple un peu plus tard. Et enfin la lettre de M. Chittenden m'ayant donné l'occasion de me reporter à mon mémoire, j'ai pu constater qu'il contenait un théorème qui fournit immédiatement, par le même exemple, la preuve de l'existence de classes $\mathcal{D}$ non complètes. On trouve en effet à la page 355 de mon mémoire l'énoncé suivant : « Si E est un ensemble parfait quelconque appartenant à une classe ($\mathcal{D}$) complète, E n'est pas dénombrable. » Il en résulte que si l'on peut former un exemple d'une classe ($\mathcal{D}$) dénombrable et parfaite, on aura en même temps obtenu un exemple d'une classe ($\mathcal{D}$) non complète. Or, un tel exemple s'offre immédiatement — celui qu'ont signalé indépendamment MM. Chittenden et Sierpinski —. Il suffit de considérer les nombres rationnels comme formant une classe où la distance de deux nombres $\frac{p}{q}$, $\frac{p'}{q'}$ est $\left|\frac{p}{q} - \frac{p'}{q'}\right|$ et où la limite est définie comme d'ordinaire.

([1]) L'énoncé de ce théorème, que j'avais indiqué dans les *Comptes rendus* du 9 avril 1923, doit être rectifié conformément à l'extrait de lettre ci-joint.

2° *Rectification.* — Dans mon mémoire cité ci-dessus, il y a lieu de rectifier comme suit le dernier paragraphe du n° 25 [« Propriétés des classes (H) » à la page 368] :

« Dans une classe (H) — et même dans une classe (V) — le noyau d'un ensemble E contient la somme H des ensembles K denses en eux-mêmes et contenus dans E, s'il en existe. D'ailleurs le dérivé de H contient, d'après 1°, les dérivés des ensembles K et, par suite, ces ensembles eux-mêmes. H est donc un ensemble dense en soi et contenu dans E et il contient tous les ensembles K : c'est ce qu'on exprime en disant que H est le plus grand des ensembles K. »