**Zeitschrift:** Bulletin technique de la Suisse romande
**Band:** 69 (1943)
**Heft:** 15

**Artikel:** Poutres et dalles sur appuis élastiques: platelages de ponts en béton armé
**Autor:** Paris, A.
**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-52520

**Nutzungsbedingungen**
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

**Conditions d'utilisation**
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

**Terms of use**
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF:** 23.08.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch**

69e annee — 24 juillet 1943 — N° 15

# BULLETIN TECHNIQUE
## DE LA SUISSE ROMANDE

ABONNEMENTS :
Suisse : 1 an, 13.50 francs
Etranger : 16 francs
Pour sociétaires :
Suisse : 1 an, 11 francs
Etranger : 13.50 francs
Prix du numéro : 75 centimes.
Pour les abonnements s'adresser à la librairie F. Rouge & Cie, à Lausanne.

Paraissant tous les 15 jours

Organe de la Société suisse des ingénieurs et des architectes, des Sociétés vaudoise et genevoise des ingénieurs et des architectes, de l'Association des anciens élèves de l'Ecole d'ingénieurs de l'Université de Lausanne et des Groupes romands des anciens élèves de l'Ecole polytechnique fédérale.

COMITÉ DE PATRONAGE. — Président : R. Neeser, ingénieur, à Genève ; Vice-président : M. Imer, à Genève ; secrétaire : J. Calame, ingénieur, à Genève. Membres : *Fribourg :* MM. L. Hertling, architecte ; P. Joye, professeur ; *Vaud :* MM. F. Chenaux, ingénieur ; E. Elskes, ingénieur ; Epitaux, architecte ; E. Jost, architecte ; A. Paris, ingénieur ; Ch. Thévenaz, architecte ; *Genève :* MM. L. Archinard, ingénieur ; E. Martin, architecte ; E. Odier, architecte ; *Neuchâtel :* MM. J. Béguin, architecte ; R. Guye, ingénieur ; A. Méan, ingénieur ; *Valais :* M. J. Dubuis, ingénieur ; A. de Kalbermatten, architecte.

Rédaction : D. Bonnard, ingénieur, Case postale Chauderon 475, Lausanne.

Publicité :
TARIF DES ANNONCES
Le millimètre (larg. 47 mm.) 20 cts.
Tarif spécial pour fractions de pages.
En plus 20 % de majoration de guerre.
Rabais pour annonces répétées.

ANNONCES-SUISSES S. A.
5, Rue Centrale,
LAUSANNE
& Succursales.

CONSEIL D'ADMINISTRATION DE LA SOCIÉTÉ ANONYME DU BULLETIN TECHNIQUE
A. Stucky, ingénieur, président ; M. Bridel ; G. Epitaux, architecte ; M. Imer.

SOMMAIRE : *Poutres et dalles sur appuis élastiques. Platelages de ponts en béton armé* (suite et fin), par A. Paris, ingénieur, professeur à l'Ecole d'ingénieurs de l'Université de Lausanne. — *Les principes du traitement des charbons,* par Georges Ladame, Dr ès sciences, ingénieur-conseil, à Genève. — *Société suisse des ingénieurs et des architectes : Communiqué du Comité central. Extrait du procès-verbal de la 3me séance du Comité central.* — Bibliographie. — Service de placement.

# Poutres et dalles sur appuis élastiques.

## Platelages de ponts en béton armé.

par A. PARIS, ingénieur, professeur à l'Ecole d'ingénieurs de l'Université de Lausanne.[1]

*(Suite et fin.*[2]*)*

### Exemple numérique.

La coupe en travers du pont correspond à la définition des indices d'élasticité sous chiffre 4 du premier tableau [3]. L'ouvrage étudié existe, mais avec la différence qu'il compte seulement quatre travées de dalle au lieu des cinq de 2,05 m, que nous avons ainsi prises plus nombreuses pour donner plus de ressources à notre épure. L'élancement des profils de poutres principales atteint les chiffres élevés (fig. 10).

$$l/h = 10{,}30 \text{ m} : 0{,}58 \text{ m} = 17{,}8$$
$$l/a = 10{,}30 \text{ m} : 2{,}05 \text{ m} = 5{,}02.$$

Les poutres sous margelles, un peu plus hautes, sont moins élastiques, ce qui contribue à augmenter les moments positifs dans la dalle, comme le montre le facteur 1,52 de proportionnalité entre réactions $F$ obtenue de l'épure de poutre sur appuis élastiques et $(F)$ relative à l'appui rigide. Cinq nervures transversales de 15.25 cm² raidissent la dalle de 16 cm.

L'établissement des ellipses d'élasticité suit le chemin décrit. Nous comptons avec un module d'élasticité unitaire

$$E = 1$$

puisque les déformations élastiques n'interviennent que par leurs proportions. Les ellipses calculées ci-après sont celles de la dalle seule ; nous tiendrons ensuite compte des quelques entretoises de raidissement en introduisant un facteur correctif.

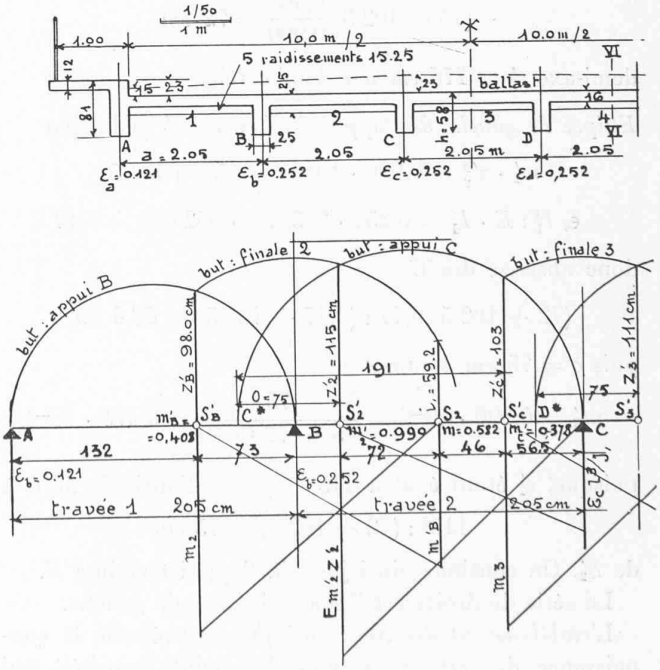


Fig. 10.

[1] Conférence faite le 27 février 1943, à Lausanne, devant les membres du Groupe des ponts et charpentes de la Société suisse des ingénieurs et des architectes.
[2] Voir *Bulletin technique* du 26 juin 1943, p. 149.
[3] Voir *Bulletin technique* du 26 juin 1943, p. 151.

Moment d'inertie de la dalle seule

$$I_d = 1030 \frac{16^3}{12} = 352\,000 \text{ cm}^4$$

$$\frac{E\,I_d}{a^3} = 1 \frac{352\,000}{205^3} = 0{,}0410 \text{ cm.}$$

$$\text{Dalle } m = \frac{205 \text{ cm}}{1 \text{ kg/cm}^2 \times 352\,000 \text{ cm}^4} = 0{,}582 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$i = 205 \text{ cm} \times \sqrt{\frac{1}{12}} = 59{,}2 \text{ cm.}$$

*Appuis.* Indice d'élasticité d'une poutre margelle

$$\epsilon_a = \frac{1}{200} \frac{1030^3}{1\,863\,000} \times 0{,}0410 \text{ cm} = 0{,}121.$$

Indice d'une poutre principale

$$\epsilon_b = \frac{1}{200} \frac{1030^3}{890\,000} \times 0{,}0410 \text{ cm} = 0{,}252.$$

*Ellipse de gauche de l'appui B.*

$$x'_A = 205 \text{ cm} \times \frac{0{,}121 + 0{,}333}{0{,}121 + 0{,}252 + 0{,}33} = \textit{132 cm}$$

masse adjointe

$$m'_B = 0{,}706 \frac{205 \text{ cm}}{1 \cdot 352\,000 \text{ cm}^4} = \textit{0,408} \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1} \text{ kg}^{-1}$$

demi-axe par tracé du cercle ou calcul

$$z'_B = \sqrt{132 \times 73} = \textit{98,0 cm.}$$

*Ellipse finale de seconde travée (B-C)*

$$m'_2 = 10^{-3} (0{,}408 + 0{,}582) = \textit{0,990} \cdot 10^{-3}$$

abscisse centre $S'_2$ dès $S_2$ (milieu travée)

$$(73 + 102{,}5) \frac{0{,}408}{0{,}990} = \textit{72 cm}$$

demi-axe $z'_2 = \textit{115 cm}$ par demi-cercle.

*Ellipse de gauche de l'appui C.* Centre $S'_C$ défini par

$$m'_2 \cdot z'^2_2 = 0{,}990 \cdot 10^{-3} \times 115^2 = 13{,}15$$

$$\epsilon_c \, l_1^3 : E \cdot I_1 = 0{,}252 \cdot 205^3 : 1 \cdot 352\,000 = 6{,}17$$

donc abscisse dès $C$

$$(72 + 102{,}5)\ 6{,}17 : (6{,}17 + 13{,}15) = \textit{56,5 cm}$$

puis $o = 75$ cm donne

$$m'_C = 0{,}990 \cdot 10^{-3} \times \frac{75}{75 + 72 + 46} = \textit{0,378} \cdot 10^{-3}$$

puisque, $z'_2$ étant égal à 115 cm, on a l'antipôle de $C$ à

$$115^2 : (72 + 102{,}5) = 75 \text{ cm}$$

de $S'_2$. On continue ainsi jusqu'à l'appui terminal $F$.

La série de droite est l'image de celle de gauche.

L'*établissement des lignes d'influence* présume la connaissance des ellipses totales des points touchés, qui seront les milieux de travées et les sections d'appuis.

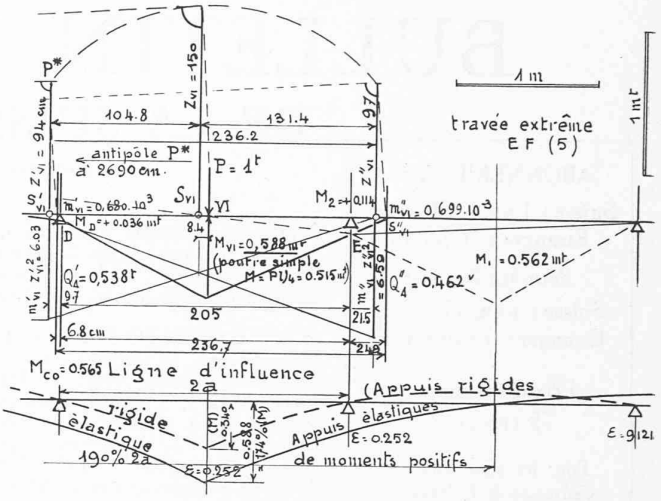


Fig. 11.

Aux *points milieux*, l'ellipse totale résulte de la combinaison des deux ellipses finales de gauche et de droite, selon tracé indiqué. Soit par exemple le cas de charge VI, relatif au milieu de la travée 4 : le centre $S_{VI}$ de l'ellipse divise l'intervalle $S'_{VI} — S''_{VI}$ des centres d'ellipses finales dans le rapport (fig. 11)

$$m'_{VI} \cdot z'^2_{VI} = 0{,}680 \cdot 10^{-3} \times 94^2 = 6{,}03$$
$$m''_{VI} \cdot z''^2_{VI} = 0{,}699 \cdot 10^{-3} \times 97^2 = 6{,}59$$
$$12{,}62$$

d'où résulte l'abscisse de $S_{VI}$ dès $S'_{VI}$ par

$$d = (S'_{VI} — S''_{VI}) \times 6{,}03 : (6{,}03 + 6{,}59) =$$

$$= (9{,}7 + 205 + 21{,}5) \frac{6{,}03}{13{,}62} = 104{,}8 \text{ cm}$$

qui place $S_{VI}$ à

$$(9{,}7 + 102{,}5) — 104{,}8 = \textit{8,4 cm}$$

à gauche du milieu $VI$. Le demi-cercle par les extrémités $z'_{VI}$ et $z''_{VI}$ donne

$$z_{VI} = \textit{150 cm}$$

L'antipôle de la charge $VI$ par rapport à ce centre $S_{VI}$ tombe à

$$150^2 : 8{,}4 = \textit{2690 cm}$$

à gauche du centre $S_{VI}$, et par conséquent à

$$2690 — 105 = 2585 \text{ cm à gauche de } S'_{VI}, \text{ et à}$$
$$2690 + 131 = 2821 \text{ cm à gauche de } S''_{VI}.$$

Les deux efforts tranchants de la travée $DE$ se placent donc aux abscisses suivantes dès les deux centres d'ellipses finales :

à gauche $94^2 : 2585 = 3{,}5$ cm à droite de $S'_{VI}$
à droite $97^2 : 2821 = 3{,}4$ cm à droite de $S''_{VI}$.

Comptées relativement aux appuis, ces abscisses sont : effort tranchant gauche à

$$10{,}3 — 3{,}5 = \textit{6,8 cm} \text{ à gauche de } D$$

effort tranchant droit à

$$21{,}5 + 3{,}4 = \textit{24,9 cm} \text{ à droite de } E$$

La charge $P = 1\ t$ placée au milieu de la quatrième travée (point *VI*) appelle ainsi la réaction des efforts tranchants

$$Q'_4 = Q'_{VI} = 1{,}0\ \text{t}\,\frac{127{,}4}{236{,}7} = 0{,}538\ t \qquad Q''_4 = 1{,}0\ \text{t}\,\frac{109{,}3}{236{,}7} = 0{,}462\ t$$

donnant au moment fléchissant sous la charge la valeur

$$M_4 = 0{,}538\ \text{t} \cdot 1{,}093\ \text{m} = +\ 0{,}588\ \text{mt}$$

et sur les appuis voisins

$$M_D = +\ 0{,}588\ \text{t}\ \frac{6{,}8}{6{,}8 + 102{,}5} = +\ 0{,}036\ \text{mt}$$

$$M_E = +\ 0{,}588\ \text{t}\ \frac{24{,}9}{24{,}9 + 102{,}5} = +\ 0{,}114\ \text{mt}.$$

La travée 4, considérée comme poutre simple, subirait le moment

$$(M) = 1\ \text{t}\ \frac{2{,}05\ \text{m}}{4} = 0{,}515\ \text{mt} < 0{,}588\ \text{mt}$$

ce qui porte le moment de la poutre continue sur appuis élastiques à 114 % de celui de la même travée supposée non continue.

*Charge sur l'appui E (point V).*

Considérée comme devant se répartir entre l'ellipse finale $S_4$ de gauche et l'ellipse d'appui $E$, de droite, cette charge demande le calcul de (fig. 12)

$$m'_4\ z'^2_4 = 0{,}971 \cdot 10^{-3} \times 111^2 = 12{,}00$$
$$m''_E\ z''^2_E = 0{,}408 \cdot 10^{-3} \times 98^2 = \underline{3{,}92}$$
$$15{,}92$$

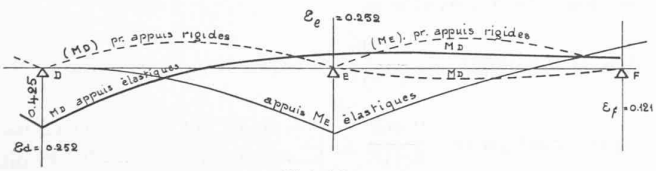


Fig. 12.

L'abscisse du centre $S_E = S_V$ divise l'intervalle

$$S'_4 - S''_E = 63{,}2 + 102{,}5 + 73 = 238{,}7\ \text{cm}$$

suivant

$$238{,}7\ \frac{3{,}92}{15{,}92} = 58{,}8\ \text{cm}$$

de $S''_E$, plaçant ainsi ce centre à

$$73{,}0 - 58{,}8 = 14{,}2\ \text{cm}$$

à droite de l'appui $E$. Mesuré sur l'épure, le demi-axe correspondant est

$$z_E = 143\ \text{cm}.$$

L'antipôle $E^*$ tombe donc à

$$143^2 : 14{,}2 = 1445\ \text{cm}$$

à droite du centre $S_E$.

La réaction de l'appui complexe $E''$ de droite à la charge $V$ en $E$ se place à

$$98^2 : (1445 + 14{,}2 - 73) = 7{,}0\ \text{cm}$$

à gauche du centre $S''_E$, c'est-à-dire à 66 cm à droite de l'appui $E$. L'effort tranchant dans la travée 4 passe à

$$111^2 : (1445 + 14{,}2 + 102{,}5 + 63{,}2) = 7{,}6\ \text{cm}$$

à gauche de $S'_4$, c'est-à-dire à

$$102{,}5 - 63{,}2 - 7{,}6 = 31{,}7\ \text{cm}$$

à droite de l'appui $D$. L'autre effort tranchant est dans l'appui $F$, une fois éliminée la réaction propre de l'appui $E$.

On calcule l'effort tranchant $Q_4$ dans la quatrième travée en opérant la décomposition de la charge $P = 1$ t entre cette direction $Q_4$ et celle de la réaction de l'appui complexe, que le calcul place à 66 cm à droite de $E$, ce qui donne

$$Q_4 = 1\ \text{t}\ \frac{66}{205 - 31{,}7 + 66} = 0{,}275\ \text{t}$$

donnant au moment sur l'appui la valeur

$$M_E = +\ 0{,}275\ \text{t} \cdot 1{,}733\ \text{m} = +\ 0{,}475\ mt$$

ce qui demande un effort tranchant

$$Q_5 = 0{,}475\ \text{mt} : 2{,}05\ \text{m} = +\ 0{,}232\ \text{t}$$

et laisse à l'appui $E$ lui-même une réaction

$$E = 1{,}000 - 0{,}275 - 0{,}232 = +\ 0{,}493\ \text{t}$$

c'est-à-dire moins de la moitié de ce que la poutre $E$ aurait supporté si elle était rigide.

Le calcul des autres cas de charge ayant permis d'établir les *lignes d'influence* des moments dans les sections médianes et sur les appuis, on a pu comparer les résultats du planimétrage des graphiques obtenus avec les lignes relatives au même secteur unitaire de dalle, supposée reposer sur des appuis rigides. Le tableau III ci-contre donne les éléments d'une comparaison utile des deux cas.

On remarque, par les chiffres entre parenthèses, qui donnent les rapports des efforts (portés en chiffres italiques) correspondants entre les deux modes d'appui, que la rigidité relative de l'appui extrême $F$ y a concentré une réaction atteignant 152 % de ce qu'il aurait subi si tous les appuis étaient rigides.

Le tableau III donne les efforts à attendre d'un tablier uniformément chargé de la manière la plus défavorable, tant en long qu'en travers, le calcul étant fait uniformément dans l'hypothèse de l'indice moyen généralisé.

Les cas de charge habituels diffèrent de cette conception, car ils ne couvrent qu'une partie des aires d'influence des moments, et ceci dans la seule région où se localise le convoi choisi.

Ainsi, tandis que le moment du système principal, la dalle sur appuis fixes, atteint des chiffres indépendants de la longueur des sommiers, les actions en retour, conséquences de l'élasticité des poutres maîtresses, se répartissent sur le tablier entier. Plus le convoi s'étendra sur les poutres élastiques et plus augmentera la majoration proportionnelle.

TABLEAU III.

*Comparaison entre appuis élastiques et rigides*
abstraction faite de l'entretoise médiane

| | Sections | *Appuis élastiques.* | | *Appuis rigides.* | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | *M, Q Moments fléchissants (M) (Q)* Planimétrage : 16 cm² = 1 mt pr. 1 t/m | | | | |
| | | positifs | négatifs | positifs | négatifs | M/(M) |
| | | cm² mt | cm² mt | cm² mt | cm² mt | |
| Médiane | Travée 3 | 14,4 = *0,904* | 6,0 = 0,375 | 5,4 = *0,337* | 3,4 = 0,212 | (2,7) |
| | Appui *D* | 6,7 = 0,420 | 11,3 = *0,708* | — | 7,7 = *0,482* | (1,5) |
| | Travée 4 | 14,7 = *0,922* | — | 5,1 = *0,319* | — | (2,9) |
| | Appui *E* | 9,7 = 0,607 | 6,3 = *0,394* | — | 6,7 = *0,420* | (0,95) |
| Extrême | Travée 5 | 11,7 = *0,734* | — | 6,4 = *0,402* | — | (1,8) |
| | | *Réactions d'appuis* planimétrage : 16 cm² = 1 t pr 1 t/m | | | | Q/(Q) |
| | | cm² t | cm² t | cm² t | cm² t | |
| Médian | Appui *D* | 33,4 = *2,09* | — | 36,3 = *2,27* | 7,8 = 0,49 | (0,92) |
| | Appui *E* | 30,6 = *1,95* | — | 41,3 = *2,58* | 3,1 = 0,20 | (0,76) |
| Extrême | Appui *F* | 21,3 = *1,34* | 4,1 = 0,26 | 14,2 = *0,89* | 13,0 = 0,82 | (1,52) |

Nous avons vu que la dalle de 16 cm d'épaisseur et de 10,30 m de longueur est raidie par cinq nervures de 15.25 cm² (fig. 13). Son moment d'inertie total, pris sur ce profil transversal, atteint

$$J_T = 458\,000 \text{ cm}^4$$

au lieu des 352 000 de la dalle non nervée (profil longitudinal). Le quotient

$$\frac{E \cdot J_T}{a^3} = 1\,\frac{458\,000}{205^3} = 0{,}0530$$

fait croître en conséquence les indices d'élasticité des poutre porteuses, indices qui deviennent

margelles $\epsilon_a = \dfrac{0{,}0530}{0{,}0410} \times 0{,}121 = 0{,}157$

principales $\epsilon_b = \dfrac{0{,}0530}{0{,}0410} \times 0{,}252 = 0{,}328$

Les tableaux de W. Ritter conduisent dès lors aux moments que voici :

*Charge P au milieu de la travée médiane CD*

travée $M_3 = +\ 0{,}291 \cdot 2{,}05$ m. $P = +\ 0{,}595\ P$
au lieu de $+\ 0{,}564\ P$

appui $M_C = +\ 0{,}041 \cdot 2{,}05$ m. $P = +\ 0{,}084\ P$
au lieu de $+\ 0{,}051\ P$

appui $M_B = -\ 0{,}064 \cdot 2{,}05$ m. $P = -\ 0{,}131\ P$
au lieu de $-\ 0{,}118\ P$

*Charge P sur l'appui intérieur D*

appui $M_D = +\ 0{,}225 \cdot 2{,}05$ m. $P = +\ 0{,}462\ P$
au lieu de $+\ 0{,}418\ P$

appui $M_C = -\ 0{,}043 \cdot 2{,}05$ m. $P = -\ 0{,}088\ P$
au lieu de $-\ 0{,}096\ P$

appui $M_B = -\ 0{,}054 \cdot 2{,}05$ m. $P = -\ 0{,}111\ P$
au lieu de $-\ 0{,}094\ P$

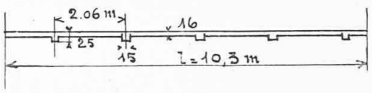


Fig. 13.

Les points des lignes d'influence descendent en suivant les chiffres en italiques, puis l'augmentation s'atténue et ne change guère la position des points nuls des aires d'influence ; les moments totaux dûs à la charge $P = 1$ t par mètre de dalle augmentant simplement dans le même rapport, on les évalue à

travée médiane $CD$ $\dfrac{0{,}595}{0{,}564}(+\ 0{,}904 \text{ mt}) = +\ 0{,}954$ mt

appui contigu $D$ $\dfrac{0{,}462}{0{,}418} \times \begin{cases}(+\ 0{,}607 \text{ mt}) = +\ 0{,}672 \text{ mt} \\ (-\ 0{,}394 \text{ mt}) = -\ 0{,}436 \text{ mt}\end{cases}$

La charge normale, un rouleau compresseur de vingt tonnes, agit sur une longueur de 3 m entre les axes de ses essieux, chacun de ceux-ci intéressant une tranche de dalle égale à

$$b_3 = (0{,}10 + 0{,}20 + 2 \cdot 0{,}10) + 65\ \%\ \text{de}\ 2{,}05 \text{ m} = \\ = 0{,}50 + 1{,}30 = 1{,}80 \text{ m}.$$

L'élasticité des appuis tendra plutôt à augmenter cette largeur solidaire, que la continuité de la dalle sur appuis rigides diminuerait ; le fait, que les points nuls des triangles de moments laissent entre eux à peu près la longueur $a$ d'une portée de la dalle, fait admettre sans changement l'indication normale $b_3 = 1{,}80$ m.

La *roue de 8 tonnes* du rouleau couvre théoriquement une longueur de

$$1{,}40 \text{ m} + 0{,}50 \text{ m} = 1{,}90 \text{ m}$$

du secteur de dalle, lui infligeant une charge de

$$8 \text{ t} : 1{,}90 = 4{,}22 \text{ t/m} + \text{majoration}.$$

Le moment total, calculé sur la région de pointe de l'aire d'influence, en résulte par

$$M_1 = + 2{,}93 \text{ mt.}$$

La même dalle, posée sur appuis rigides, donnerait d'autre part $(M_1) = + 1{,}35$ mt.

L'*essieu de 2 × 6 tonnes* agit sur deux tranches de

$$0{,}40 \text{ m} + 0{,}50 \text{ m} = 0{,}90 \text{ m}$$

distantes de 1,80 m entre leurs axes, et chargeant de

$$6 \text{ t} : 0{,}90 \text{ m} = 6{,}65 \text{ t/m} + \text{majoration.}$$

La dalle sur appuis élastiques, atteinte aux extrémités de la ligne d'influence, donne sous 2 × 6 tonnes

$$M_2 = + 2{,}52 \text{ mt}$$

tandis que les appuis rigides conduisent à

$$(M_2) = + 0{,}44 \text{ mt}$$

La roue de 8 tonnes, prépondérante, inflige à la dalle sur appuis rigides ainsi calculée, un moment unitaire

$$1{,}35 \text{ mt} : 1{,}80 \text{ m} = 0{,}75 \text{ mt p. mètre}$$

qui représente la participation du *système principal* au moment de calcul des secteurs alors indépendants.

Les résultats issus de l'*élasticité des appuis* réagissent au contraire les uns sur les autres. Le schéma de la figure 9, simplifié puisque la charge du rouleau s'y répartit sur un rectangle unique *OPQR* plus commode à utiliser dans l'intégration, met en évidence un terme de charge, la constante $S$, qui intervient également dans la dalle proprement dite que pour les nervures, car la surface élastique considérée fait agir un moment d'inertie moyen. Ce facteur s'élimine donc des quotients de raideurs locales et générale ; nous lui attribuons par conséquent ci-après la valeur unitaire.

Le cas de charge imposé s'individualise par l'introduction des membres de la série de Fourier, qui suivent le premier ($m = 1$, $n = 1$) en greffant sur lui des ondes plus courtes ; il nous suffira de prendre en sus les indices $m = 3$ et $n = 3$. La flexion verticale s'exprime alors par la somme (le facteur $S$ s'éliminant donc)

$$w = \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{1}{1\cdot 1}\cdot\dfrac{1}{(1+K^2)^2}\sin X\cdot\sin\left(\dfrac{1}{2}-G\right)\pi\cdot\sin G\pi\cdot\sin Y + \\ + \dfrac{1}{1\cdot 3}\cdot\dfrac{1}{(1+9K^2)^2}\sin X\cdot\sin 3\left(\dfrac{1}{2}-G\right)\pi\cdot\sin 3G\pi\cdot \\ \cdot\sin 3Y + \dfrac{1}{3\cdot 1}\cdot\dfrac{1}{(9+K^2)^2}\sin 3X\cdot\sin\left(\dfrac{1}{2}-G\right)\pi\cdot \\ \cdot\sin G\pi\cdot\sin Y + \dfrac{1}{3\cdot 3}\cdot\dfrac{1}{(9+9K^2)^2}\sin 3X\cdot \\ \cdot\sin 3\left(\dfrac{1}{2}-G\right)\pi\cdot\sin 3G\pi\cdot\sin 3Y)\ldots\ldots \end{array} \right.$$

Prenant les ordonnées de l'élastique médiane $x = \dfrac{k}{2}$

$$\sin X = + 1 \qquad \sin 3X = - 1$$

nous suivons les abscisses $y$, qui donnent pour

$$G = 4{,}6 \text{ m} : 4\cdot 10{,}3 \text{ m} = 0{,}115$$

$$\sin\left(\frac{1}{2}-G\right)\pi = \sin 0{,}385\,\pi = \sin 69{,}4^\circ = + 0{,}937$$

$$\sin G\pi = \sin 0{,}115\,\pi = \sin 36^\circ = + 0{,}528$$

$$\sin 3\left(\frac{1}{2}-G\right)\pi = \sin 208{,}2^\circ = - 0{,}471$$

$$\sin 3G\pi = \sin 108^\circ = + 0{,}951$$

$$K = \frac{l}{k} = 4{,}00 : 10{,}3 = 0{,}388 \qquad 1 + K^2 = 1{,}15$$

$$\frac{1}{(1+K^2)^2} = \frac{1}{1{,}15^2} = 0{,}756 \qquad \frac{1}{(9+K^2)^2} = \frac{1}{9{,}388^2} = 0{,}0114$$

$$\frac{1}{(1+9K^2)^2} = \frac{1}{2{,}36^2} = 0{,}180 \qquad \frac{1}{(9+9K^2)^2} = \frac{1}{10{,}36^2} = 0{,}0094$$

Nous trouvons ainsi l'équation de l'élastique médiane $\left(x = \dfrac{l}{2}\right)$

$$w = \left\{ \begin{array}{l} + 0{,}756\cdot 0{,}937\cdot 0{,}528\sin Y + \dfrac{1}{3}\cdot 0{,}180\,(-0{,}471)\cdot \\ \cdot 0{,}951\cdot\sin 3Y - \dfrac{1}{3}\cdot 0{,}0114\cdot 0{,}937\cdot 0{,}528\cdot\sin Y - \\ - \dfrac{1}{9}0{,}0094\,(-0{,}471)\cdot 0{,}951\cdot\sin 3Y + \ldots\ldots \end{array} \right.$$

c'est-à-dire

$$w = + 0{,}372\sin Y - 0{,}026\sin 3Y.$$

Les conditions d'élasticité ne variant pas sensiblement dans la région médiane, nous supposons la grosse roue de 8 tonnes placée entre deux nervures de raidissement ; nous considérons alors un secteur de dalle placé à $y = \dfrac{l}{2} = 5{,}15$ m d'une extrémité, puis des paires de nervures symétriques à 1,03 m et 3,09 m de part et d'autre du milieu du tablier, séparant des secteurs de dalle analogues au principal. Les vides de $(2{,}06 - 0{,}15) = 1{,}91$ m entre les nervures (fig. 14) peuvent se concevoir

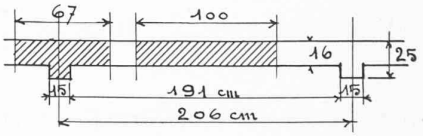


Fig. 14.

comme couverts d'un secteur indépendant de 1,0 m de largeur, bordé de chaque côté de segments $0{,}91/2 = 0{,}455$ m de dalle solidarisée avec les nervures, c'est-à-dire lui servant de table de compression tout en faisant leur flexion propre avec elle. Les abscisses de ces éléments distincts sont

| | | | | sin Y | sin 3 Y |
|---|---|---|---|---|---|
| *a*) | dalle (1,0 m) | $y$=5,15 m | $Y = \dfrac{\pi}{10{,}30}5{,}15 = 90^\circ$ | +1,000 | −1,000 |
| *b*) | nervure | $y$=4,12 m | $Y = \dfrac{\pi}{10{,}30}4{,}12 = 72^\circ$ | +0,951 | −0,588 |
| *c*) | dalle (1,0 m) | $y$=3,09 m | $Y = \dfrac{\pi}{10{,}30}3{,}09 = 54^\circ$ | +0,809 | +0,309 |
| *d*) | nervure | $y$=2,06 m | $Y = \dfrac{\pi}{10{,}30}2{,}06 = 36^\circ$ | +0,588 | +0,951 |
| *e*) | dalle (1,0 m) | $y$=1,03 m | $Y = \dfrac{\pi}{10{,}30}1{,}03 = 18^\circ$ | +0,309 | +0,809 |

Le terme de charge $S$ étant pris unitaire, les flexions en résultent par

$a)\ w = +0{,}372 \cdot 1{,}000 + 0{,}026 \cdot 1{,}000 = +0{,}398$
$b)\ w = +0{,}372 \cdot 0{,}951 + 0{,}026 \cdot 0{,}588 = +0{,}367$
$c)\ w = +0{,}372 \cdot 0{,}809 - 0{,}026 \cdot 0{,}309 = +0{,}291$
$d)\ w = +0{,}372 \cdot 0{,}588 - 0{,}026 \cdot 0{,}951 = +0{,}193$
$e)\ w = +0{,}372 \cdot 0{,}309 - 0{,}206 \cdot 0{,}809 = +0{,}094$

ce qui est une sinusoïde accentuée sous la charge. La correction due au terme sin $3Y$ augmente de 7 % la flexion sous le rouleau réparti, mais la diminue de 3 % seulement aux abords, puis davantage auprès des appuis finals des poutres.

Les moments d'inertie individuels étant

dalle de 16 cm, par mètre de large $I_1 = 100\frac{16^3}{12} = 34\,200$ cm$^4$
nervure 15.25 cm$^2$ avec 67 cm de semelle $I_2 = 42\,500$ cm$^4$
les produits $J \cdot w$, *numérateurs* des parts de moment total attribuables aux éléments successifs, résultent par

dalle $a)$ $34\,200 \times 0{,}398 = 13\,600$
nervure $b)$ $42\,500 \times 0{,}367 = 15\,700$
dalle $c)$ $34\,200 \times 0{,}291 = 9\,900$
nervure $d)$ $42\,500 \times 0{,}291 = 8\,200$
dalle $e)$ $34\,200 \times 0{,}193 = 6\,500$

Le *dénominateur* commun de ces parts, sommation de tous les produits $J \cdot w$ de la cuvette intéressée supposée ici sans contre-courbure de continuité,

$$N = y \cdot J_1 \cdot (+0{,}372 \sin Y - 0{,}026 \sin 3Y)$$

comporte une partie ininterrompue de dalle, une intégrale donc, et la somme des excédents des nervures individuelles sur la portion de dalle coïncidente. Nous écrirons par conséquent

$$N = \begin{cases} J_1 \int_o^l dy \left( +0{,}372 \sin \frac{\pi y}{l} - 0{,}026 \sin \frac{3\pi y}{l} \right) + \\ + \sum_o^l (J_n - b \cdot J_1)(+0{,}372 \sin Y - 0{,}026 \sin 3Y). \end{cases}$$

Le symbole $J_1$ représente ici aussi le moment d'inertie d'une tranche unitaire de dalle proprement dite. L'intégrale s'exprime donc par

$$dy\left( +0{,}372 \sin \frac{\pi y}{l} - 0{,}026 \sin \frac{3\pi y}{l} \right) =$$

$$= \left[ -\frac{l}{\pi} \cdot 0{,}372 \cos \frac{\pi y}{l} + \frac{l}{3\pi} 0{,}026 \cos \frac{3\pi y}{l} \right]_o^l =$$

$$= +\frac{2l}{\pi} \cdot 0{,}372 - \frac{2l}{3\pi} \cdot 0{,}026 = +0{,}363 \frac{20{,}6}{\pi} = +2{,}39$$

ce qui fait

$$J_1 \times \text{intégrale} = +2{,}39 \times 34\,200 = +81\,600$$

La sommation se fait ensuite sur deux paires de nervures symétriquement placées et munies de l'excédent d'inertie

$$42\,500 - 0{,}15 \cdot 34\,200 = 37\,400 \text{ cm}^4$$

et de l'argument trigonométrique

nervures $b$ $+0{,}372 \cdot 0{,}951 + 0{,}026 \cdot 0{,}588 = +0{,}368$
dites $d$ $+0{,}372 \cdot 0{,}588 - 0{,}026 \cdot 0{,}951 = +0{,}192$

ce qui donne

$$2 \times 37\,400\ (0{,}368 + 0{,}192) = 41\,900$$

Le dénominateur résulte de la somme de ces deux composantes

$$N = +81\,600 + 41\,900 = 123\,500$$

L'élasticité des appuis provoque un moment fléchissant supplémentaire de

$$(2{,}93 + 2{,}52) - (1{,}35 + 0{,}44) = +3{,}66 \text{ mt}$$

dont la dalle et les nervures prennent individuellement les parts :

dalle $a$ $\quad \frac{3{,}66 \text{ mt}}{123\,500} \times 13\,600 = +0{,}402 \text{ mt}$

nervure $b$ $\quad \frac{3{,}66 \text{ mt}}{123\,500} \times 15\,700 = +0{,}463 \text{ mt}$

Le *moment effectif dans la tranche de dalle* de 1,0 m placée à mi-distance de deux nervures de raidissement médianes atteint donc

$$0{,}750 + 0{,}402 = 1{,}152 \text{ mt}$$

en augmentation de

$$\frac{0{,}402}{0{,}750} = 53\ \%$$

sur le moment subi par la poutre sur appui rigide.

*Conclusions.*

L'élasticité des poutres porteuses charge la dalle en augmentant sérieusement ses moments positifs, et en en créant de nouveaux au droit des appuis intermédiaires. Cette élasticité est plus nuisible à la dalle si les appuis extrêmes (margelles) sont plus rigides que les poutres intermédiaires.

Si le manque de hauteur oblige, en terrain plat, à prévoir de hautes poutres latérales, pleines ou évidées et formant parapets, on prévoit de fortes entretoises porteuses pour réaliser une flexibilité uniforme de la charpente d'appui de la dalle.

L'encorbellement des trottoirs au delà des sommiers margelles offre un moyen économique d'obtenir une surlargeur ; chargeant les poutres relativement robustes, elle leur inflige une flexion profitable à l'ensemble du tablier.

Ce que nous avons remarqué au sujet de l'action des charges concentrées, montre qu'on peut utiliser, sans crainte d'erreurs dans l'évaluation des moments, des charges réparties équivalentes qu'on a reconnues adéquates pour la poutre simple de portée égale, celle-ci étant moindre que la distance des points nuls des lignes d'influence des moments fléchissants.

Lausanne, le 27 février 1943.